
研究論文

多期間最適化手法を用いた世帯の資産形成モデル

枇々木 規雄* 小守林 克哉† 豊田 暢子‡

2005年5月11日投稿

2005年7月18日受理

概要

個人顧客へのフィナンシャルコンサルティングを行うためのツール開発に向けた試みとして、世帯の属性やライフサイクルを考慮した最適な投資戦略や生命保険・損害保険の加入保険金額を決定するモデルの構築を行う。具体的には、生命保険と損害保険が世帯の資産形成に与える経済的効果について明確にした上で、世帯がライフサイクルに対応した様々なリスクをヘッジして、退職時まで安定した資産形成を行うための最適投資戦略と、生命保険と損害保険の最適な加入保険金額を同時に決定するためのモデルを、シミュレーション型多期間最適化手法を用いて構築する。

キーワード：多期間最適化、ライフサイクルモデル、フィナンシャルコンサルティング

1 はじめに

本研究では、世帯が保有する資産に対する最適な投資戦略と最適な保険加入金額を決定するためのモデル構築を試みる。近年の金融機関では、顧客サービスの一環として、個人が保有する資産について、どのような金融商品を購入し、将来に向けて有効活用するかのアドバイスを行うフィナンシャルコンサルティング機能の強化に努めている。実際に個人や世帯の資産形成のために金融商品の提案を行う場合には、単に利殖目的だけでなく、インフレリスクや損害リスクなど個人をとりまく様々なリスクに対するヘッジ機能を整理した上で、将来の収入や資産など個人のライフサイクルに合わせた提案を考えていく必要がある。

このような観点から本研究ではまず、預金、投信、生命保険、損害保険といった商品が、個人や世帯の資産形成に与える経済的効果を明らかにする。その上で、世帯主のライフサイクルに対応した様々なリスクをヘッジして、定年時の安定した資産形成を行うための最適資産配分および最適保険加入金額を決定するためのモデルを、シミュレーション型多期間最適化手法(枇々木(2001a, 2001b))を用いて構築する。

個人の最適な投資戦略については、学術的にも古くから研究が進められており、もっとも初期の研究としては Samuelson(1969) や Merton(1969) によるライフタイムポートフォリオ選択問題が挙げられる。その後、Merton(1971) は研究を進展させ、効用関数を一般化してモデル化を行っている。そこで用いられるフレームワークは、個人に対して消費と保有する富に対する効用を考え、生涯を通してこれらの効用が最大になるように、消費量と金融資産への投資戦略を決定するものである。Merton(1971) による最適消費と投資の問題を進展

* 慶應義塾大学 理工学部 管理工学科 E-mail: hibiki@ae.keio.ac.jp

† みずほ第一フィナンシャルテクノロジー (株) E-mail: komoribayashi@fintec.co.jp

‡ みずほ第一フィナンシャルテクノロジー (株) E-mail: nobuko-toyoda@fintec.co.jp

させ、さらにライフサイクルを意識した形でモデル化を行った研究に、Bodie, Merton and Samuelson(1992)がある。彼らは個人が将来得であろう賃金収入の現在価値をヒューマンキャピタルと呼び、ヒューマンキャピタルが年齢を経るにつれて実資産へ変化するという現象を考慮したライフタイムモデルを構築し、個人の最適な消費と投資戦略についての考察を行っている。実証研究では Bodie and Crane(1997) が米国における個人の属性と株式の保有率の関係について分析を実施している。多期間最適化手法を用いたモデルとしては、吉田、山田、枇々木 (2002) があり、株式や債券などによる最適なポートフォリオの算出を行っている。これらの研究の多くは、投資対象資産としてリスク資産と無リスク資産を扱っているが、本研究では世帯主の生命保険や、世帯の保有する資産に対する損害保険を加えることにより、より現実的なライフタイムモデルの構築を試みる。

本論文の構成は以下の通りである。第2章で近年の日本における個人の金融商品選好に関する実態をデータを用いて確認する。第3章では、本モデルで取り扱う世帯や投資資産、生命保険、損害保険について記述し、それぞれの金融商品の持つ経済効果を明らかにする。また、シミュレーション型多期間最適化手法の概要も示す。第4章では多期間最適化を行うための具体的な定式化、第5章では数値計算によって最適戦略の特徴を考察する。第6章では、現実に照らし合わせて、世帯主の職業などが異なる3つのケース世帯に対して、本モデルを用いたフィナンシャルコンサルティングの事例を示す。最後に第7章でまとめを行う。

2 世帯における金融資産の推移

金融広報中央委員会 (2003) の「家計の金融資産に関する世論調査 (平成 15 年)」による、世帯あたりの種類別金融資産保有額の推移を表1に示す。2003年の金融資産保有世帯における平均資産額は過去最高額の1,460万円である。金融資産種類別に見ると、預貯金の保有割合が62.5%と最も多く、次いで保険・年金が約25%である。リスク資産である債券、株式、投資信託の保有割合は10%に満たない。時系列推移を見ると、預貯金が世帯の金融資産のうち最も高い割合を占め続けており、その保有割合は1990年で底を打った後、再び上昇している。生命保険・損害保険については大きな変化は見られないが、個人年金の保有割合は年々高くなっている。また、リスク資産保有割合は1990年をピークに低下したものの、最近では若干の上昇傾向を示している。しかし、平均資産額に関する顕著な増加傾向に対して、保有割合の変化は非常に小さい。すなわち、世帯の金融資産構成は約30年前と比較しても、ほとんど変化が無いと言える。

さらに、世帯主の年代別にみた世帯の金融資産の種類別構成比を図1に示す。どの年代においても「預貯金・信託」の保有割合が最も高く、ほとんどの年代で60%を超えている。特に70歳以上では、保有資産の70%以上を「預貯金・信託」として保有している。預貯金に次いで高い割合を示しているのは「年金・保険」であり、この保有割合は40歳代が最も高く、年齢が上がるにつれて減少していく。一方、リスク資産である「有価証券」の保有割合は20歳代で最も高く、30歳代で大幅に減少した後、年齢が上がるに従って再び高くなることを見てとれる。なお、30歳代の金融資産の10%弱を占める「その他」の内訳は主に財形貯蓄である。ここから財形貯蓄制度が20歳代から50歳代までの勤労世代の貯蓄手段として利用されていることが伺える。このように、世帯主の年代によって世帯の金融資産の保有割合は異なっているが、預貯金の占率が非常に高いことなど、資産構成の特徴は全ての年代で似通っている。

以上のように、わが国における世帯の金融資産構成は、時系列において顕著な変化が見られないばかりでなく、年代によって異なる大きな特徴も見られず、個人のライフサイクルに合わせた投資戦略が充分に行われているとはいえない。このことから、個人に対するフィナンシャルコンサルティングサービスの必要性が伺える。

近年、国内の金融機関でも個人向けの資産運用コンサルティングに力を入れているが、本研究では、個人を取り巻く様々なリスクに対し、どのような金融商品を保有すべきかという問題の数理モデル化を試み、現実的な計算例を通して、コンサルティングサービスの重要性を検討し、その有用性を確かめる。

表 1 世帯（金融資産保有世帯）あたりの種類別金融資産保有額の推移

(単位: 万円)

調査年	1980	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003
貯蓄総額	482	688	1,181	1,287	1,448	1,439	1,422	1,460
預貯金	321	403	549	693	807	837	829	912
金銭信託/貸付信託	23	44	65	70	39	30	24	19
生命保険/簡易保険	76	115	229	258	300	291	277	260
損害保険			21	24	33	31	38	30
個人年金	7	13	32	50	70	66	69	65
債券	11	20	33	28	19	17	23	21
株式	27	49	125	90	103	90	94	96
投資信託	4	12	33	27	32	26	30	22
財形貯蓄	13	22	33	41	40	42	32	31
その他金融商品	-	10	61	6	5	9	6	4

種類別構成比 (単位: 万円)

調査年	1980	1985	1990	1995	2000	2001	2002	2003
貯蓄総額	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%	100.0%
預貯金	66.6%	58.6%	46.5%	53.8%	55.7%	58.2%	58.3%	62.5%
金銭信託/貸付信託	4.8%	6.4%	5.5%	5.4%	2.7%	2.1%	1.7%	1.3%
生命保険/簡易保険	15.8%	16.7%	19.4%	20.0%	20.7%	20.2%	19.5%	17.8%
損害保険			1.8%	1.9%	2.3%	2.2%	2.7%	2.1%
個人年金	1.5%	1.9%	2.7%	3.9%	4.8%	4.6%	4.9%	4.5%
債券	2.3%	2.9%	2.8%	2.2%	1.3%	1.2%	1.6%	1.4%
株式	5.6%	7.1%	10.6%	7.0%	7.1%	6.3%	6.6%	6.6%
投資信託	0.8%	1.7%	2.8%	2.1%	2.2%	1.8%	2.1%	1.5%
財形貯蓄	2.7%	3.2%	2.8%	3.2%	2.8%	2.9%	2.3%	2.1%
その他金融商品	-	1.5%	5.2%	0.5%	0.3%	0.6%	0.4%	0.3%

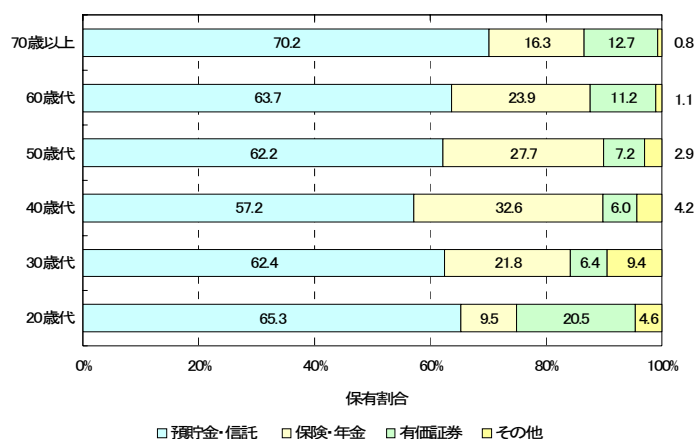


図 1 世帯主年代別の金融資産保有割合（平成 15 年）

3 モデルの設定および解法

モデルにおける世帯の仮定および目的関数を示す。さらに、金融商品のペイオフを定式化し、各金融商品の持つ経済的効果を明らかにする。そして、資産配分や保険加入金額を決定するためのシミュレーション型多期間最適化手法の概要を述べる。

3.1 モデルの設定

(1) 世帯

本モデルにおいて、世帯とは 1 人の世帯主と複数の家族からなる集団と定義する。世帯の保有資産は、有価証券などの金融資産と家屋や耐久消費財からなる非金融資産の 2 種類で形成されるものとし、時点 t における

金融資産を $W_{1,t}$ 、非金融資産を $W_{2,t}$ と表記する。世帯の収入は、世帯主の賃金収入 m_t と保有する金融資産 $W_{1,t}$ からの投資収益とする。消費は、生活のための消費 $C_{1,t}$ と、非金融資産の購入、すなわち住居、家財の購入や補修のための費用 $C_{2,t}$ の 2 種類に分けて考える。

以上の設定のもと、世帯は、収入をもとに消費を行いながら生活をする。ただし、世帯には、以下の 2 つのリスクが存在する。

1. 世帯主の死亡事故
2. 火災事故

前者が発生するとその時点以降の賃金収入 m_t が途絶え、後者が発生すると保有する非金融資産 $W_{2,t}$ の一定割合 α が毀損し、その復旧のために突発的な支出が生じると仮定する。したがって、世帯は保有する金融資産をリスク資産や無リスク資産に投資することの他に、生命保険や損害保険を購入することによって、これらのリスクをヘッジする。

世帯主の収入関数 m_t と世帯の消費関数 $C_{1,t}, C_{2,t}$ は時間の関数として外生的に与える。第 5 章では簡単な数値例でモデルの特徴を調べるために、時点 t を用いた関数形を設定するが、第 6 章では統計調査から得られたデータを参考にパラメータを生成する。したがって、第 6 章では世帯主の職種や家族構成、将来の住宅購入予定など、個々の世帯の状況に照らし合わせた最適戦略の導出が可能になる。また、火災事故による毀損割合 α は一定値とする。

(2) 目的関数

現時点を $t = 0$ として、世帯は最終的に世帯主の定年時 $t = T$ における金融資産の保有額 $W_{1,T}$ に関する以下の 2 種類のリスク尺度を評価関数 (目的関数) として金融商品の選択を行う。

1. 1 次の下方部分積率
2. 条件付きバリュー・アット・リスク (CVaR)

1 次の下方部分積率を用いる場合には、世帯主の定年後に最低限必要と考えられる金融資産額の目標水準 W_G を設定し、これを下回る金額をリスクと考える。したがって、(1) 式の損失関数 $q(W_{1,T})$ を最小化するように定式化を行う。

$$q(W_{1,T}) = E [\{W_G - W_{1,T}\}^+] \quad (1)$$

一方、条件付きバリュー・アット・リスク (CVaR) をリスク指標として用いる場合には、確率水準 β (例: $\beta = 0.95$) に対し、満期時点の金融資産額が β -VaR ($\equiv V_\beta$) を下回るという条件下での金融資産額の期待値をリスクと定義する。したがって、(2) 式に示す CVaR の最大化問題として定式化を行う^{*1}。

$$\text{CVaR}_\beta = V_\beta - \frac{1}{1-\beta} \cdot E [\{V_\beta - W_{1,T}\}^+] \quad (2)$$

(3) 投資資産

無リスク資産と n 個のリスク資産に投資すると仮定する。リスク資産への投資は、将来のインフレヘッジ機能の役割を果たすものと考えられることができる。

無リスク資産の時点 $t (= 0, 1, 2, \dots, T-1)$ における無リスク金利を r_t と表し、時点 t から $t+1$ の期間で一定とする。一方、 $j (= 1, 2, \dots, n)$ 番目のリスク資産の時点 $t (= 0, 1, 2, \dots, T)$ における価格を ρ_{jt} と表す。

^{*1} 保有資産額の条件付き期待値をリスク尺度として定義したくない (リスクの最小化問題として定義したい) 場合には、満期時点の保有金融資産額の代わりに「初期時点の金融資産額 - 満期時点の金融資産額」に対する CVaR を定義すればよい。定義を変更したとしても得られる結果は同じである。

このとき時点 t における収益率 R_{jt} は (3) 式で定義される。

$$R_{jt} = \frac{\rho_{jt}}{\rho_{j,t-1}} - 1, \quad (t = 1, \dots, T) \quad (3)$$

シミュレーション型多期間最適化を用いる場合、 r_t 、 R_{jt} には様々な分布を仮定することが可能である。しかし、数値計算においては無リスク金利 r_t は時刻によらず一定、リスク資産の収益率 R_{jt} は正規分布 $N(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ に従うと仮定する。 R_{jt} からランダムサンプルを生成し、価格 (ρ_{jt}) を計算する。

(4) 生命保険

本モデルでは、世帯主を被保険者とする満期時点 T の定期死亡保険を考える。世帯は生命保険に加入すると、定年時点までに世帯主が死亡した場合に保険金を受け取ることができる。世帯主を被保険者とする生命保険は、将来賃金が途絶えることに対するヘッジ機能を有する金融商品と位置付けられる。

生命保険会社からみて、保険契約から得られる保険料収入の現在価値を「収入現価」、将来支払うであろう保険金額の現在価値を「支出現価」と呼ぶ。保険設計においては、純保険料は収入現価と支出現価が等しくなるように決定するという「収支相当の原則」がある。また、現価計算で用いられる保険設計上の利回りを「予定利率」と呼ぶ。

満期時点 T の定期死亡保険の予定利率を g_1 とすると、収支相当の原則によって保険料収入現価 1 単位とそれに対応する保険金額 θ_1 の関係は (4) 式で表現される。

$$1 = \sum_{t=1}^T \frac{\theta_1 \lambda_{1,t}}{(1+g_1)^t}, \quad \text{すなわち, } \theta_1 = \left\{ \sum_{t=1}^T \frac{\lambda_{1,t}}{(1+g_1)^t} \right\}^{-1} \quad (4)$$

ここで、 $\lambda_{1,t}$ は時点 0 で生存している人が、時点 t で死亡する確率を表す。

生命保険の保険料の支払い方には、一時払いと平準払いの 2 通りの方法がある。保険料収入現価 1 単位とそれぞれの方法に対応する保険料を y_{f_1} 、 y_{f_2} とする。一時払い保険料の場合には収入現価と保険料は一致するので、

$$y_{f_1} = 1 \quad (5)$$

となる。一方、平準払い保険料は、その時点で生存している被保険者のみが支払うことになるので、(6) 式で表現される。

$$y_{f_2} = \left(\sum_{t=0}^{T-1} \frac{1 - \sum_{i=0}^t \lambda_{1,i}}{(1+g_1)^t} \right)^{-1} \quad (6)$$

(5) 損害保険

本モデルでは、火災事故が発生して家屋などの非金融資産が毀損した場合には、復旧のため毀損額と同額の支出が発生するものと仮定する。このようなリスクに対するヘッジ手段として、世帯は 1 年満期の火災保険に加入すると考える。世帯は 1 年ごとに、各時点で保有する非金融資産額に応じた火災保険に加入する、すなわち保険金額を見直して更新することができる。

1 年満期の火災保険の予定利率を g_2 とすると、収支相当の原則によって保険料収入現価 1 単位とそれに対応する保険金額 θ_2 の関係は (7) 式で表現される。

$$1 = \frac{\theta_2 \lambda_2}{1+g_2}, \quad \text{すなわち, } \theta_2 = \frac{1+g_2}{\lambda_2} \quad (7)$$

ここで、 λ_2 は火災事故が発生する確率を表し、時点 t によらず一定とする。

また、保険料収入現価 1 単位とそれに対応する火災保険料 y_F は、1 年満期の保険であるため一時払いのみである。したがって、保険料と収入現価は一致する。

$$y_F = 1 \quad (8)$$

(6) 住宅購入

第6章で行うコンサルティングの事例では、世帯の住宅購入イベントを考慮したケースを取り上げる。そこで住宅購入に伴うキャッシュフローと資産額の変動についても整理しておこう。

世帯は住宅購入資金を、保有する金融資産から支払う頭金と銀行などからの借入金 H_t で調達するものと仮定する。住宅購入イベント発生時点で生じるキャッシュフローは借入による資金 H_t の調達と非金融資産購入支出 $C_{2,t}$ であり、借入金額は購入した住宅の価格と頭金支払額の差額になる。また、非金融資産 $W_{2,t}$ は住宅取得に伴い、この時点で $C_{2,t}$ だけ増加すると考える。

一方、世帯は住宅購入時点以降、借入の期間や金利などの条件に応じて借入金の返済をしなくてはならないが、この返済金額は本モデルでは生活消費支出 $C_{1,t}$ に含まれると考える。

3.2 シミュレーション型多期間最適化

一般的に多期間最適化問題を解くことは難しく、近似モデルとして定式化する必要がある。このとき、(1) 決定変数をどのように取り扱うか (投資決定の方法)、(2) 確率変数 (収益率) をどのように取り扱うか (離散化の方法)、によってモデル化の方法が異なる。

数理計画モデルとして構築される多期間最適ポートフォリオモデルは、1990年代になって本格的に研究が進み、中心となって (定番として) 発展したのは図2(左)のようなシナリオ・ツリーを用いた多期間確率計画モデルである。シナリオ・ツリー型多期間確率計画モデルは、シナリオ・ツリーによって不確実性を離散的に記述し、各ノード (ツリーの中の枝をつなぐ節で、状態を表す) において条件付き意思決定を行うモデルである。離散的な確率変数を用いることによって、定式化上では確定的なパラメータによる数理計画モデルとして記述でき、様々な実務的制約を入れて問題を解くことができる。シナリオ・ツリー型モデルは近年、コンピュータの高速化と解法アルゴリズムの発展に伴い、大規模な問題を解くことが可能になり、様々な研究が行われている (Ziemba and Mulvey(1998))。その一方で、シナリオ・ツリー型モデルは不確実性の記述を詳細にしようとすると、問題の規模が指数的に増加するという欠点があるため、問題を大規模にしないためには数少ないシナリオでうまく不確実性を記述しなければいけない難しさもある。

一方、枇々木 (2001b, 2001c) は、離散時間で離散分布に従う確率変数を図2(右)のように、モンテカルロ・シミュレーションにより発生させたパスを利用して不確実性を記述し、数理計画問題として定式化が可能なシミュレーション型モデル、シミュレーション/ツリー混合型モデルを提案している。従来、多期間にわたるシミュレーション・パスのもとで最適化問題を解くモデル化の方法は研究されていなかったが、これらのモデルによって (しかも、標準的な数理計画ソフトウェアを用いて) 問題を解くことができるようになった。将来の資産価格 (収益率) を確率微分 (差分) 方程式や時系列モデル式などで記述できれば、モンテカルロ・シミュレーションの標準的な手続きでシナリオを容易に生成できる。シミュレーション型モデルの場合は、非予想条件*2を満たすためにすべての時点で状態に依存しない取引戦略による意思決定を行う必要がある。既知のシミュレーション経路上で、逐次的に各時点において前時点の意思決定の条件のもとで意思決定を行うことになる。一方、混合型モデルの場合は、似たパスをバンドリングして同一ノード内のパスに対する意思決定を共通にすることによって、非予想条件を満たしつつ、条件付き意思決定を行うことができる*3。本研究ではシナリオ・ツリー型多期間最適化ではなく、シミュレーション型多期間最適化を利用する。その理由は生命保険や火災保険を対象としており、それに関連する死亡率と火災発生率をサンプルパスで記述するためには多くのパスが必要だからである。生保標準生命表 (1996) によると、男 30歳の死亡率は 0.084% であり、たとえば、ある

*2 非予想条件とは、モデルの定式化において、将来の不確実な状態の中からどの状態が生じるかを確定的に知っていることを利用して意思決定ができる機会を許さない条件のことである。シミュレーション・パスは 0 時点では 1 時点で生じる状態を特定することはできないが、1 時点では 2 時点以降の生じる状態がモデルでは特定されるため、各状態に依存した条件付き意思決定を行うことは非予想条件に反する。非予想条件は不確実性下の投資決定を行う確率計画モデルには必要な条件である。

*3 シミュレーション型モデルはすべてのパスをバンドリングした混合型モデルの特殊形である。

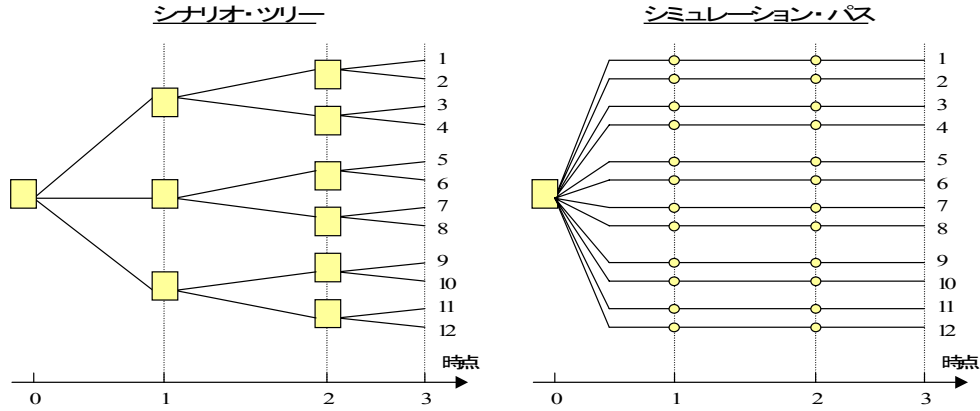


図2 シナリオ・ツリーとシミュレーション・パス

1本のパスのみで死亡事故が発生する場合でも、1190本のパスが必要である。これを多期間にわたってシナリオ・ツリーで記述するためには膨大なツリーを生成する必要がある。最大30年間にわたる長期間の最適化問題を解くことはほとんど不可能である。したがって、このようなタイプの問題ではシミュレーション型多期間最適化手法が不可欠である。本研究では最も基本的なシミュレーション型モデルを用いる。混合型モデルによる定式化および適用例は今後の課題としたい。

4 シミュレーション型モデルによる定式化

以上の仮定のもとで、シミュレーション型多期間最適化手法を用いて、世帯の最適な資産配分および保険加入金額を決定する。

4.1 記号

(1) 添字

j : 資産を表す添字 ($j = 1, \dots, n$).

t : 時点を表す添字 ($t = 1, \dots, T$).

i : 経路 (パス) を表す添字 ($i = 1, \dots, I$).

(2) パラメータ

(A) 経路に関するパラメータ

I : 経路の本数

(B) 資産変動に関するパラメータ

ρ_{j0} : 0時点の危険資産 j の価格. ($j = 1, \dots, n$)

$\rho_{jt}^{(i)}$: t 時点の経路 i の危険資産 j の価格. ($j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, I$)

$R_{jt}^{(i)}$ を期間 t の経路 i の危険資産 j の収益率として、以下の式で計算する。

$$\rho_{j1}^{(i)} = (1 + R_{j1}^{(i)}) \rho_{j0}, \quad (j = 1, \dots, n; i = 1, \dots, I)$$

$$\rho_{jt}^{(i)} = (1 + R_{jt}^{(i)}) \rho_{j,t-1}^{(i)}, \quad (j = 1, \dots, n; t = 2, \dots, T; i = 1, \dots, I)$$

r_0 : 0 時点 (期間 1) の金利.

$r_{t-1}^{(i)}$: $t-1$ 時点 (期間 t) の経路 i の金利. ($t = 2, \dots, T$; $i = 1, \dots, I$)

(C) 保険事故発生に関するパラメータ

$\tau_{1,t}^{(i)}$: 経路 i において, 世帯主が死亡した時点で 1, その他の時点では 0 の値をとる.

$\tau_{2,t}^{(i)}$: 経路 i において, 火災事故が発生した時点で 1, その他の時点では 0 の値をとる.

$\tau_{3,t}^{(i)}$: 経路 i において, 世帯主が死亡するまでの時点で 1, 死亡した時点以降では 0 の値をとる.

$\lambda_{1,t}$: t 時点での死亡事故発生率 : $\lambda_{1,t} = \Pr(\tau_{1,t} = 1) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \tau_{1,t}^{(i)}$

λ_2 : 火災事故発生率 (時点によらず一定) : $\lambda_2 = \Pr(\tau_{2,t} = 1) = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \tau_{2,t}^{(i)}$

(D) 生命保険に関するパラメータ (保険料現価 1 円分を 1 単位とする)

g_1 : 死亡保険の予定利率

f_1 : 死亡保険の保険料支払い方法が一時払いの場合は 1, 平準払いの場合は 0 の値をとる.

y_{f_1} : 死亡保険の 1 単位あたりの一時払い保険料 : $y_{f_1} = 1$

y_{f_2} : 死亡保険の 1 単位あたりの平準払い保険料 : (6) 式

$y_{L,t}^{(i)}$: 死亡保険 1 単位あたりの t 時点における支払い保険料

$$y_{L,t}^{(i)} = y_{f_1} \cdot f_1 \cdot \tau_{4,t} + y_{f_2} \cdot (1 - f_1) \cdot \tau_{3,t}^{(i)}, \quad \text{ただし, } \tau_{4,0} = 1, \tau_{4,t} = 0, (t \neq 0)$$

θ_1 : 死亡保険 1 単位あたり保険金額 : (4) 式

$L_t^{(i)}$: t 時点の経路 i における死亡保険の 1 単位あたり受取保険金額 : $L_t^{(i)} = \tau_{1,t}^{(i)} \theta_1$

(E) 損害保険に関するパラメータ (保険料現価 1 円分を 1 単位とする)

g_2 : 火災保険の予定利率

y_F : 火災保険 1 単位あたりの支払い保険料 : $y_F = 1$

θ_2 : 1 年満期火災保険の 1 単位あたり保険金額 : (7) 式

$F_t^{(i)}$: t 時点の経路 i における火災保険 1 単位あたり受取保険金額 : $F_t^{(i)} = \tau_{2,t}^{(i)} \theta_2$

α : 火災事故による保有する非金融資産の損害率

$A_t^{(i)}$: t 時点の経路 i における火災事故による損失額 : $A_t^{(i)} = \tau_{2,t}^{(i)} \cdot \alpha \cdot (1 - \gamma) \cdot W_{2,t-1}^{(i)}$

(F) 世帯の収支と富に関するパラメータ

$m_t^{(i)}$: 世帯主が稼ぎ出す t 時点の経路 i における賃金

$M_t^{(i)}$: t 時点の経路 i における賃金収入 : $M_t^{(i)} = \tau_{3,t}^{(i)} m_t^{(i)}$

$H_t^{(i)}$: t 時点の経路 i における借入金

$C_{1,t}^{(i)}$: t 時点の経路 i における生活消費支出

$C_{2,t}^{(i)}$: t 時点の経路 i における非金融資産購入支出

$C_t^{(i)}$: t 時点の経路 i における消費支出合計 : $C_t^{(i)} = C_{1,t}^{(i)} + C_{2,t}^{(i)}$

$W_{1,t}^{(i)}$: t 時点の経路 i における金融資産保有額. ただし, 時点 0 (初期時点) の保有額を $W_{1,0}$ とする.

γ : 非金融資産の償却率

$W_{2,t}^{(i)}$: t 時点の経路 i における非金融資産保有額*4. : $W_{2,t}^{(i)} = (1 - \gamma) \cdot W_{2,t-1}^{(i)} + C_{2,t}^{(i)}$
ただし、時点 0 (初期時点) の保有額を $W_{2,0}$ とする.

$L_{v,t}$: t 時点の無リスク資産の下限値. $L_{v,t} < 0$ の場合には借り入れも可能である.

(3) 決定変数

z_{jt} : t 時点の危険資産 j への投資単位数. ($j = 1, \dots, n; t = 0, \dots, T - 1$)

v_0 : 0 時点の現金 (無リスク資産: コール運用).

$v_t^{(i)}$: t 時点の経路 i の現金 (無リスク資産: コール運用). ($t = 1, \dots, T - 1$)

u_L : 0 時点で加入する死亡保険の単位数.

$u_{F,t}$: t 時点で加入する 1 年満期火災保険の単位数. ($t = 0, \dots, T - 1$)

$q^{(i)}$: ①(LPM) 定年時における経路 i の保有金融資産額の目標水準 ($\equiv W_G$) に対する不足分.

$$q^{(i)} \equiv \max \left(W_G - W_{1,T}^{(i)}, 0 \right), (i = 1, \dots, I)$$

②(CVaR) 定年時における経路 i の保有金融資産額の β -VaR ($\equiv V_\beta$) を下回る部分.

$$q^{(i)} \equiv \max \left(V_\beta - W_{1,T}^{(i)}, 0 \right), (i = 1, \dots, I)$$

4.2 目的関数とリターン制約式, キャッシュフロー制約式

(1) 目的関数

3.2 節より, 2 種類のリスク尺度 (1 次の下方部分積率, 条件付きバリュエーション・アット・リスク (CVaR)) はそれぞれ以下のように記述できる.

① 1 次の下方部分積率

$$\text{LPM}_1 = \text{Min} \left\{ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \mid W_{1,T}^{(i)} + q^{(i)} \geq W_G, (i = 1, \dots, I) \right\}$$

② 条件付きバリュエーション・アット・リスク (CVaR)

$$\text{CVaR}_\beta = \text{Max} \left\{ V_\beta - \frac{1}{(1 - \beta)I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \mid W_{1,T}^{(i)} - V_\beta + q^{(i)} \geq 0, (i = 1, \dots, I) \right\}$$

(2) リターン制約式

世帯主定年時に保有する金融資産額の期待値をリターン尺度とし, W_E を下限 (すなわち, W_E 以上) とする.

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I W_{1,T}^{(i)} \geq W_E$$

(3) 賃金, 消費, 保険によるキャッシュ・フロー $D_t^{(i)}$

① $t (= 1, \dots, T - 1)$ 時点の世帯のキャッシュ・イン・フローは賃金, 借入金, 生命保険金, 損害保険金であ

*4 火災事故によって非金融資産は $A_t^{(i)}$ だけ毀損 (減少) するが $A_t^{(i)}$ を支出して非金融資産は復旧 (増加) する. したがって, $A_t^{(i)}$ は非金融資産保有額に影響を与えない. その代わりに, (9), (10) 式に示すようにキャッシュフローに影響を与える.

り、キャッシュ・アウト・フローは消費、生命保険料、損害保険料、火災による損失額である。

$$\begin{aligned}
D_t^{(i)} &= M_t^{(i)} + H_t^{(i)} - C_t^{(i)} - y_{L,t}^{(i)}u_L - y_F u_{F,t} + L_t^{(i)}u_L + F_t^{(i)}u_{F,t-1} - A_t^{(i)} \\
&= \tau_{3,t}^{(i)}m_t^{(i)} + H_t^{(i)} - \left(C_{1,t}^{(i)} + C_{2,t}^{(i)}\right) - y_{L,t}^{(i)}u_L - y_F u_{F,t} + \tau_{1,t}^{(i)}\theta_1 u_L + \tau_{2,t}^{(i)}\theta_2 u_{F,t-1} \\
&\quad - \tau_{2,t}^{(i)}(1-\gamma)W_{2,t-1}^{(i)}\alpha
\end{aligned} \tag{9}$$

② $t = T$

T 時点では保険料支払いが無いので、(9) 式からそれらの項を除く。

$$\begin{aligned}
D_T^{(i)} &= M_T^{(i)} + H_T^{(i)} - C_T^{(i)} + L_T^{(i)}u_L + F_T^{(i)}u_{F,T-1} - A_T^{(i)} \\
&= \tau_{3,T}^{(i)}m_T^{(i)} + H_T^{(i)} - \left(C_{1,T}^{(i)} + C_{2,T}^{(i)}\right) + \tau_{1,T}^{(i)}\theta_1 u_L + \tau_{2,T}^{(i)}\theta_2 u_{F,T-1} \\
&\quad - \tau_{2,T}^{(i)}(1-\gamma)W_{2,T-1}^{(i)}\alpha
\end{aligned} \tag{10}$$

4.3 モデルの定式化

以上のことをまとめるとモデルは以下のように定式化することができる。

(1) 1 次の方部分積率をリスク尺度とする場合

$$\text{Minimize} \quad \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \tag{11}$$

subject to

$$\sum_{j=1}^n \rho_{j0} z_{j0} + v_0 + y_{L,0} u_L + y_F u_{F,0} = W_{1,0} \tag{12}$$

$$(W_{1,1}^{(i)} =) \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j1} + (1+r_0)v_0 + D_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j1} + v_1^{(i)}, \quad (i = 1, \dots, I) \tag{13}$$

$$(W_{1,t}^{(i)} =) \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt} + (1+r_{t-1}^{(i)})v_{t-1}^{(i)} + D_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt} + v_t^{(i)}, \tag{14}$$

($t = 2, \dots, T-1; i = 1, \dots, I$)

$$W_{1,T}^{(i)} = \left\{ \sum_{j=1}^n \rho_{jT}^{(i)} z_{jT} + (1+r_{T-1}^{(i)})v_{T-1}^{(i)} \right\} + D_T^{(i)}, \quad (i = 1, \dots, I) \tag{15}$$

$$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I W_{1,T}^{(i)} \geq W_E \tag{16}$$

$$W_{1,T}^{(i)} + q^{(i)} \geq W_G, \quad (i = 1, \dots, I) \tag{17}$$

$$z_{jt} \geq 0, \quad (j = 1, \dots, n; t = 0, \dots, T-1)$$

$$v_0 \geq 0$$

$$v_t^{(i)} \geq L_{v,t}, \quad (t = 1, \dots, T-1; i = 1, \dots, I)$$

$$u_L \geq 0$$

$$u_{F,t} \geq 0, \quad (t = 0, \dots, T-1)$$

$$q^{(i)} \geq 0, \quad (i = 1, \dots, I)$$

ここで $W_{1,t}^{(i)}$ は、 t 時点の経路 i の保有金融資産額を表す。また、 $u_L, u_{F,t}$ は (9), (10) 式に示すように $D_t^{(i)}$ に含まれる。

(2) CVaR をリスク尺度とする場合

決定変数として、 β -VaR を表す V_β (符号無制約) を追加し、(11), (17) 式をそれぞれ以下の式に変更する。

$$\text{Maximize} \quad V_\beta - \frac{1}{(1-\beta)I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \quad (18)$$

$$W_{1,T}^{(i)} - V_\beta + q^{(i)} \geq 0, \quad (i = 1, \dots, I) \quad (19)$$

V_β を W_G に置き換えると、1次下方部分積率をリスク尺度とする場合の定式化と同じになる。

5 数値計算例

以上の定式化をもとに、数値計算を実施することで、モデルから導出された最適戦略の特徴を調べてみよう。

5.1 基本パラメータ設定

使用した基本パラメータの値を表2に示す。世帯の賃金収入と消費支出は、世帯主の年齢に対する線形関数を仮定した。また、リスク尺度として条件付きバリュー・アット・リスクを用いる((18)式を目的関数に用いた最適化を行う)[†]。

表2 パラメータ設定

パラメータ	設定値
リスク資産の数	$n = 1$
世帯主定年の年齢	60歳: $T = 60 - \text{世帯主の現在年齢}$
リスク資産収益率の期待値	$\mu = 0.1$
リスク資産収益率の標準偏差	$\sigma = 0.2$
無リスク金利	$r = 0.04$
死亡事故発生率	「生保標準生命表1996(死亡保険用)男」 を用いて $\lambda_{1,t}$ を推計
火災事故発生率	$\lambda_2 = 0.005$
死亡保険の予定利率	$g_1 = 0.05$
火災保険の予定利率	$g_2 = 0.05$
生命保険の保険料支払い方法	平準払い: $f_1 = 0$
賃金収入(万円)	$m_t = 12.5 \times t + 500$
消費支出(万円)	$C_t = C_{1,t} + C_{2,t} = 12.5 \times t + 425$
うち、非金融資産購入支出(万円)	$C_{2,t} = 40 \times (1 + 0.01)^{t-1}$
金融資産の初期保有額(万円)	$W_{1,0} = 1,000$
非金融資産の保有額(万円)	$W_{2,t} = 1,000 \times (1 + 0.01)^t$
非金融資産の初期保有額(万円)	$W_{2,0} = 1,000$
非金融資産の償却率	$\gamma = 0.03$
火災事故による非金融資産損害率	$\alpha = 1$
無リスク資産の下限值	$L_{v,t} = -1,000$
CVaRの確率水準 [†]	$\beta = 0.8$

5.2 世帯主の年齢と最適戦略

保有金融資産の期待収益率 $\mu_W = 10\%$ を用いて、

$$W_E = W_{1,0} \times (1 + \mu_W)^T$$

として、定年時点における金融資産期待値水準 W_E ((16) 式右辺) を設定した。このとき、世帯主の年齢ごとに現時点 $t = 0$ における最適ナリスク資産投資金額、最適な保険加入額を計算した結果をまとめたものを図 3 に示す。例えば、世帯主の年齢が 50 歳のとき、 $t = 0$ の最適リスク資産投資額は 514 万円、最適生命保険加入額は 5,362 万円、最適火災保険加入額は 1,040 万円である。

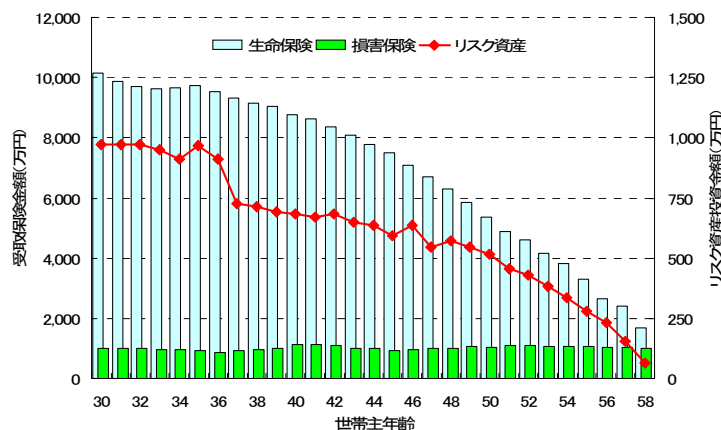


図 3 世帯主の年齢と最適戦略

まず、年齢が増加するにつれて生命保険の最適保険金額は減少している。第 3 章で示したように、生命保険は将来の賃金収入が途絶えることに対するヘッジ機能を有する金融商品である。世帯主が若いほど将来得であろう賃金収入が大きいので、高額の生命保険に加入する必要が生じると考えられる。

一方、火災保険の最適保険金額は年齢に関わらず一定である。火災保険は今後 1 年間に非金融資産が毀損することに対するヘッジ機能を有する金融商品である。数値計算例では、現時点でヘッジすべき初期の非金融資産は年齢によらず一定としているため、加入すべき火災保険金額も世帯主の年齢によらず、現時点で保有している非金融資産の価値と等しい 1,000 万円が最適であるという結果が得られる。

また、リスク資産の投資戦略は、年齢が増加するにつれて最適投資金額を減少させるという結果が得られた。これは投資期間が長いほど大きなリスクをとることが可能であるため、若年層のリスク資産への投資金額は高くなるという結果を表していると考えられる。

5.3 定年時金融資産の期待値と最適戦略

次に定年時に保有する金融資産の期待値を変化させた場合について考えてみよう。世帯主の年齢を 50 歳とする。(16) 式における定年時金融資産の期待値の水準を、2,000 万円から 3,000 万円まで 100 万円刻みで与えたときの、定年時金融資産の期待値と最適戦略の関係を図 4 に示す。

生命保険の最適保険金額は定年時に保有する金融資産の期待値によらず 5,000 万円を少し上回る水準でほぼ一定となる。火災保険も同様の傾向が見られ、最適保険金額は約 1,000 万円で一定となる。一方、投資戦略は定年時金融資産の期待値が高くなるにつれてリスク資産への最適投資金額を増加させるという結果になる。

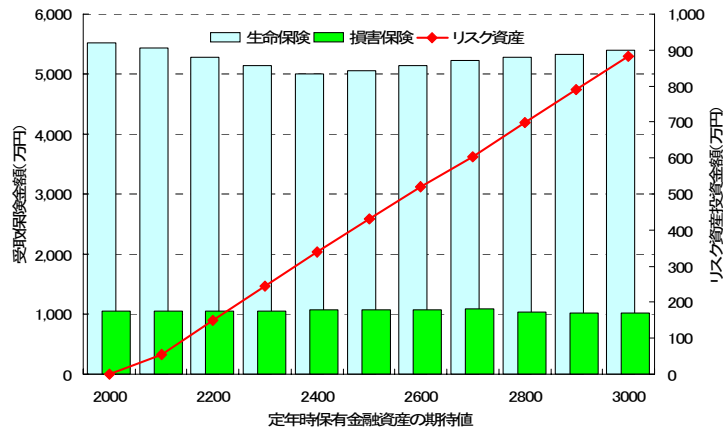


図4 定年時保有金融資産の期待値と最適戦略

本研究では世帯が直面するリスクとして考えられる世帯主の死亡事故，火災事故，インフレのそれぞれをヘッジする金融商品として生命保険，火災保険，リスク資産をモデル化している．定年時金融資産の期待値 W_E を高く設定することによってインフレリスクを回避できるのに対し， W_E の水準は死亡リスクや火災リスクには影響を及ぼさない．そのため， W_E の水準に関わりなく生命保険や火災保険の最適保険金額は一定という結果が得られたと考えられる．一方，定年時金融資産の期待値 W_E を高く設定する場合，リスク資産への投資比率を高める必要があり，そのことがリスク資産のインフレヘッジ機能を表現していると考えられる。

次に，現時点 $t = 0$ (50歳) から定年の1年前の時点 $t = 9$ (59歳) までの最適戦略の時系列推移を見てみよう．定年時保有資産の期待値を2,800万円としたときの，最適な火災保険加入金額の推移を図5に示す．最適な火災保険加入金額は各時点における非金融資産保有額にほぼ等しくなるという結果が得られた。

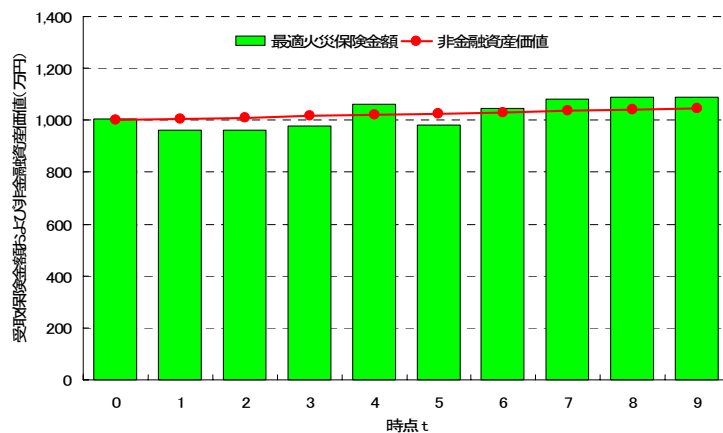


図5 最適な火災保険加入金額の推移 ($W_E = 2,800$)

同様に，現時点から定年の1年前の時点までの最適なリスク資産投資比率推移を図6に示す．時点が進むに従って保有資産のうちリスク資産に投資すべき比率が約72%から57%へと徐々に減少していく．これは，年齢が低いほどリスク許容度が高く，最適ポートフォリオに含まれるリスク資産の比率が高いという図3の性質と整合的な結果である。

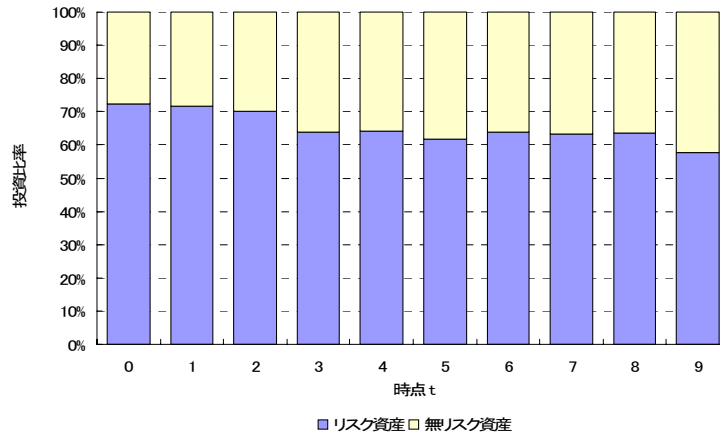


図6 リスク資産投資比率の推移 ($W_E = 2,800$)

5.4 複数のリスク資産を投資対象とする場合の最適戦略

これまでの数値計算では、世帯が投資するリスク資産数が $n = 1$ の場合の最適戦略について分析を行った。本節では複数のリスク資産が存在する場合に拡張してみよう。

資産 A と資産 B の 2 つのリスク資産が存在するとし、表 2 のリスク資産に関するパラメータを表 3 のように変更する。世帯主の年齢は 5.3 節の分析と同様に 50 歳とする。定年時金融資産の期待値と最適戦略の関係を図 7 に示す。

表 3 パラメータ設定の変更点

パラメータ	設定値
リスク資産の数	$n = 2$
リスク資産 A の収益率の期待値	$\mu_A = 0.07$
リスク資産 A の収益率の標準偏差	$\sigma_A = 0.1$
リスク資産 B の収益率の期待値	$\mu_B = 0.13$
リスク資産 B の収益率の標準偏差	$\sigma_B = 0.3$
リスク資産 A と B の収益率の相関係数	$\rho_{AB} = 0$

定年時金融資産の期待値に関わらず最適な生命保険金額は約 5,500 万円、火災保険金額は約 1,000 万円ではほぼ一定となっており、図 4 に示したリスク資産が 1 つの場合の最適保険戦略と等しい結果が得られる。投資戦略も、定年時金融資産の期待値が高くなるにつれてリスク資産への最適投資金額が増加するという図 4 と同様の傾向が見られる。定年時金融資産の期待値と最適なリスク資産投資比率の関係を示す図 8 から定年時金融資産の期待値が高くなるに従って保有金融資産に占めるリスク資産への投資割合が高くなることが確認できる。また、定年時金融資産の期待値が高くなるにつれ、投資すべき対象が無リスク資産からリスク資産 A へ、さらに、より期待収益率の高いリスク資産 B へと移っていく様子が見てとれる。

次に、現時点 $t = 0$ (50 歳) から定年時点 $t = 9$ (59 歳) までの最適投資戦略の時系列推移を確認しよう。定年時保有資産の期待値を 2,800 万円とした場合の、現時点から定年時点までの最適なリスク資産投資比率推移を図 9 に示す。時点が進むに従って保有資産のうちリスク資産に投資すべき比率が約 100% から 48% へと減少していく。また、リスク資産の内訳を見てみると、リスク資産 A, B ともに時点が進むに従って投資比率が減

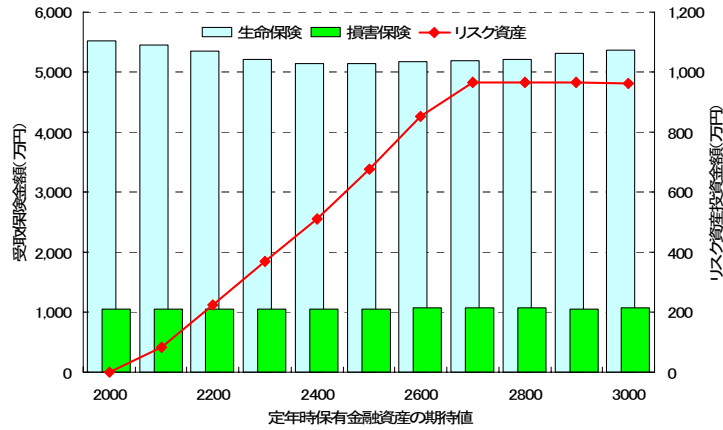


図 7 定年時保有金融資産の期待値と最適戦略

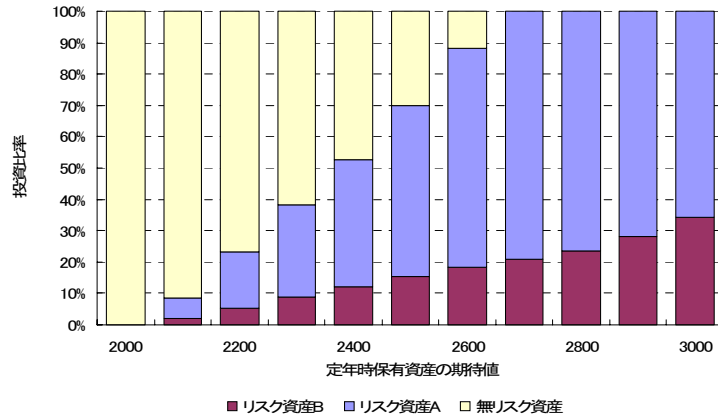


図 8 定年時保有金融資産の期待値とリスク資産投資比率

少しており、これは図 6 で示したリスク資産が 1 種類の場合の最適投資戦略推移と同様の結果である。

最後に、定年時保有金融資産の期待値をリターン尺度、確率水準 $\beta = 0.80$ の CVaR をリスク尺度とした場合の効率的フロンティアを $n = 1$ の場合も含めて図 10 に示す。要求するリターンが高くなるに従ってリスクが高くなる (保有金融資産の CVaR が小さくなる)。リスク資産が 1 種類の場合に比べて、複数のリスク資産を投資対象とすることによりリスクの分散効果ははたらし、効率的フロンティアが左上にシフトするとともに、上に凸の曲線になることが確認できる。

6 実務への適用例

本モデルの実務への適用を視野に入れ、より現実的なコンサルティングツールとしての使用方法を検討する。本章では属性の異なる 3 世帯に対して本モデルを用いたフィナンシャルコンサルティングを行うことを考えよう。

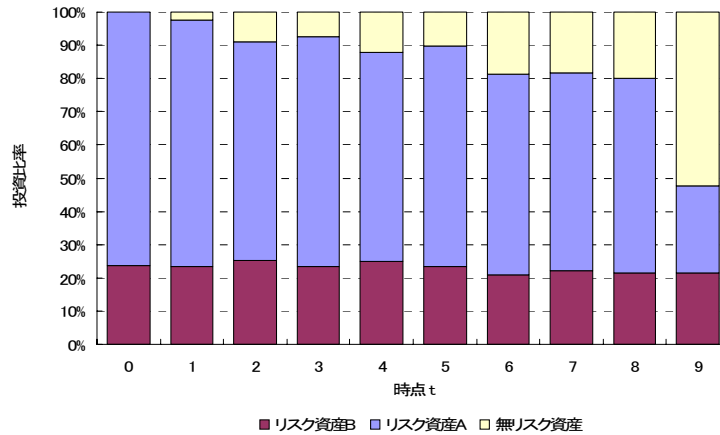


図9 リスク資産投資比率の推移 ($W_E = 2,800$)

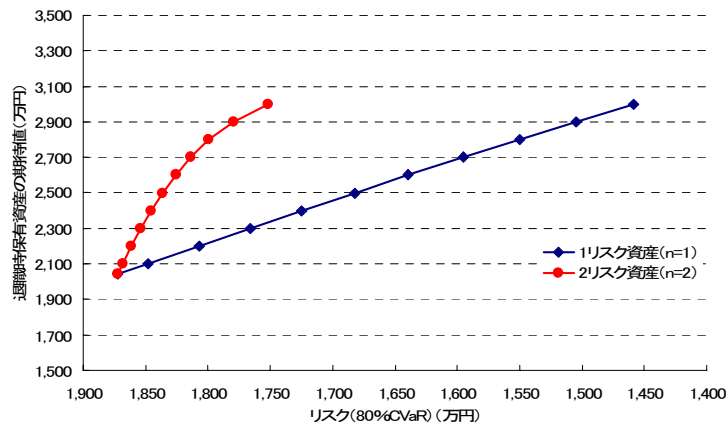


図10 効率的フロンティア

6.1 対象世帯

3世帯の属性とライフイベントを表4に示す。3つの世帯は、家族の構成人数と年齢は共通であるが、世帯主の職種、子供の教育に関する希望や住宅購入計画は異なる。まず、A世帯の世帯主は地方公務員であり、現在は比較的家賃の安い公務員官舎に入居しているが、10年後には一戸建てを購入したいと考えている。予算は3,000万円、頭金は1,000万円を予定している。子供の教育は、高等学校までは公立に通わせた後、国立大学に進学させたいと考えている。一方、B世帯の世帯主は金融機関に勤務している。10年後に東京都内に5,000万円のマンションを購入したいと考えており、頭金として2,000万円を準備している。なお、子供二人は小学校から大学まで私立校で学ばせ、結婚資金も援助する予定である。C世帯の世帯主は開業医であり、子供には将来診療所を継いで欲しいと思っているため、医学部へ進学させる予定である。診療所も兼ねた住宅を予算10,000万円、頭金3,000万円で購入する計画があり、購入時期はA、B世帯と同じく10年後である。

このような3つの世帯に対し、モデルを用いてコンサルティングを行ってみよう。

一般に、現実のフィナンシャルプランナーが世帯に対してコンサルティングを行う際の準備として、まず現在から目標時点までのキャッシュフロー表を作成して世帯の現状を把握するという作業が行われる。これに

表 4 世帯の属性とライフイベント予定

項目		A 世帯	B 世帯	C 世帯
家族構成 (年齢)	世帯主	30 歳		
	配偶者	28 歳		
	第一子	0 歳		
	第二子	—	3 年後誕生予定	—
職業	世帯主	地方公務員	金融機関勤務	開業医
	配偶者	専業主婦		
子供の 教育	小中高	公立校	私立校	私立校
	大学	国立大学(下宿通学)	私立大学(自宅通学)	医学部(自宅通学)
	その他	結婚資金も援助		
現在の 住居	住宅タイプ	公務員官舎	マンション	一戸建(兼診療所)
	家賃(月額)	25,000 円	200,000 円	420,000 円
	居住地域	地方都市	東京都心	東京郊外
住宅購入 予定	購入時期	世帯主 40 歳時		
	住宅タイプ	一戸建	マンション	一戸建(兼診療所)
	購入金額	3,000 万円	5,000 万円	10,000 万円
	頭金の金額	1,000 万円	2,000 万円	3,000 万円
	ローン金利	6% 固定		
	借入期間	20 年		

做って、3つの世帯の属性と今後のライフイベント等の予定を反映したキャッシュフロー表を作成する。そのために、世帯の賃金収入、消費支出、住宅購入支出の数値化を以下で行う。

6.2 各種パラメータの設定

(1) 賃金収入

世帯の賃金収入は就労者の年齢と職種によって異なるものと考え、厚生労働省(2003)の「賃金構造基本統計調査(平成15年)」をもとに各世帯の賃金収入を設定した(図11)。

職種による賃金収入パターンの違いを確認すると、世帯主が公務員であるA世帯の賃金収入パターンは右上がりの直線であり、年齢に関わらず昇給率が一定であることが特徴である。一方、金融機関勤務のB世帯は、若年層における昇給率が高いものの、50歳を越えると年齢をおうごとに賃金収入が減少していく。また、開業医のC世帯の賃金収入は年齢によらず一定であり、その金額は他の職種に比べて高い。

(2) 消費支出

消費支出は、世帯の賃金収入、家族構成、教育プランに依存して決定する。総務省(2000)の「全国消費実態調査(平成11年)」から世帯の人数および収入別の平均支出額を、文部科学省(2003a, 2003b)の「こどもの学習費調査(平成14年)」と「学生生活調査(平成14年)」から教育機関の種別による平均的な教育費を算出することで各世帯の消費支出を計算した(図12)。

賃金収入が高い世帯ほど消費支出が大きい。また、子供の人数や教育プランによって消費支出推移は異なる。例えば、A世帯とB世帯の当初の年間消費支出差は約40万円であるが、子供二人が私立校に進学するB世帯と子供一人が公立校に進学するA世帯とでは、世帯主が46歳時に最大で年間277万円の支出差が発生する。また、子供が医学部に進学するC世帯では、大学就学時の6年間に年間約500万円の教育費を支出しなくて

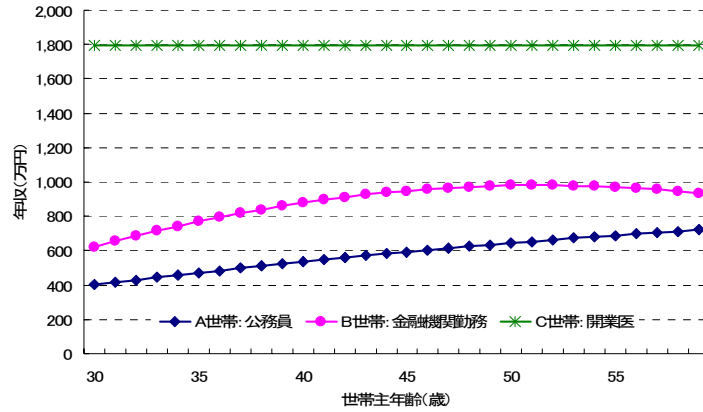


図 11 各世帯の賃金収入

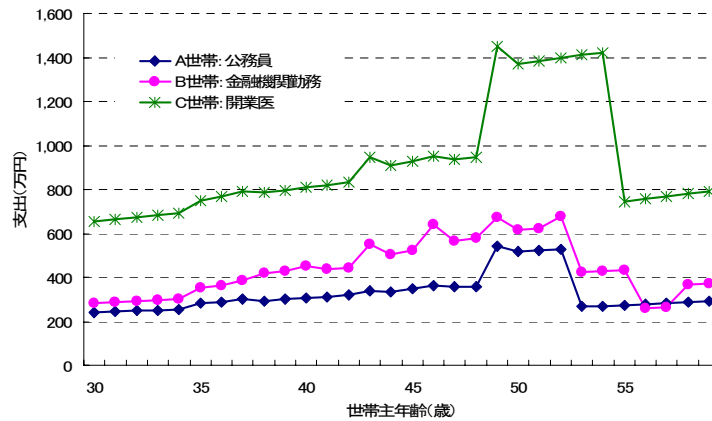


図 12 各世帯の消費支出（住宅関連支出は除く）

はならず、この期間の C 世帯の年間消費支出は A, B 世帯の 2 倍以上にあたる約 1,400 万円になる。

(3) 住宅購入支出

最後に、住宅購入に関する支出について考えてみよう。各世帯の住宅関連支出は、住宅購入前の賃貸費用、住宅購入時の頭金、以降の住宅ローン返済額の 3 種類に分けて考えることができる。賃貸費用は住宅購入時まで、表 4 に示した金額を毎年支払うものとする。頭金は住宅購入時すなわち世帯主 40 歳の時点で、それぞれの世帯が 1,000 万円から 3,000 万円の支払いを行うものとし、住宅ローンは元利均等返済と仮定して借入金額、借入期間、金利から年間返済額を算出した。

(4) 世帯のキャッシュフロー表

以上の設定のもと、各世帯のキャッシュフロー表を作成する。このキャッシュフローが本モデルにおける世帯の収支と富に関するパラメータのうち、世帯主の賃金収入 m_t 、消費支出 C_t 、非金融資産 $W_{2,t}$ に該当する。消費支出 C_t は、生活消費支出 $C_{1,t}$ と非金融資産購入支出 $C_{2,t}$ の合計であり、このうち生活消費支出は通常生活費、教育費、賃貸住宅費、住宅ローン返済額を合計したものとして計算する。A 世帯のキャッシュフロー表を表 5、B 世帯を表 6、C 世帯を表 7 に示す。

(5) その他のパラメータ設定

3 世帯共通のパラメータの値は、世帯のキャッシュフロー表で設定した 3 つのパラメータ (m_t , C_t , $W_{2,t}$) を

表5 A世帯のキャッシュフロー表

世帯主年齢	公務員	30	31	32	33	34	35	36	37
配偶者年齢	専業主婦	28	29	30	31	32	33	34	35
第一子年齢	男の子	0	1	2	3	4	5	6	7
第二子年齢	(子供はひとり)								
イベント		第一子誕生					幼稚園		小学入学
賞金収入 Y	60歳で定年、退職一時金2,500万円	401	415	430	444	457	471	484	497
消費支出 C		330	335	339	344	348	375	383	396
生活消費 c1		270	274	277	281	285	310	318	330
うち生活費		240	244	247	251	255	259	262	266
うち教育費①	国公立コース、大学は下宿	0	0	0	0	0	22	25	33
うち教育費②		0	0	0	0	0	0	0	0
うち賃貸住宅費用	家賃2.5万円/月の官舎	30	30	30	30	30	30	30	30
うち住宅購入関連	頭金1000万、2000万円を20年ローン	0	0	0	0	0	0	0	0
非金融資産購入 c2	通常生活費の25% 住居 40歳で3000万円の住宅を購入	60	61	62	63	64	65	66	67
非金融資産価値 W2		1,030	1,060	1,090	1,120	1,150	1,180	1,210	1,241

世帯主年齢	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
配偶者年齢	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
第一子年齢	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
第二子年齢											
イベント			住宅購入			中学入学			高校入学		
賞金収入 Y	510	523	535	547	559	570	581	592	603	614	624
消費支出 C	391	398	1,376	558	568	584	582	599	614	608	612
生活消費 c1	324	329	1,307	487	496	511	509	524	538	531	534
うち生活費	270	274	279	283	287	291	296	300	305	309	314
うち教育費①	23	24	28	30	35	46	39	49	59	47	45
うち教育費②	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
うち賃貸住宅費用	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0
うち住宅購入関連	0	0	1,000	174	174	174	174	174	174	174	174
非金融資産購入 c2	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
住居			3,000								
非金融資産価値 W2	1,271	1,302	4,332	4,273	4,216	4,163	4,112	4,063	4,018	3,974	3,934

世帯主年齢	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
配偶者年齢	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
第一子年齢	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
第二子年齢												
イベント	大学入学			子供独立								定年退職
賞金収入 Y	634	644	653	663	672	681	689	697	705	713	721	2,500
消費支出 C	793	771	777	784	507	512	517	523	528	533	539	
生活消費 c1	713	691	695	700	441	445	449	453	457	461	466	
うち生活費	318	323	328	333	266	270	274	279	283	287	291	
うち教育費①	221	193	193	193	0	0	0	0	0	0	0	
うち教育費②	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
うち賃貸住宅費用	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
うち住宅購入関連	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174	174
非金融資産購入 c2	80	81	82	83	67	68	69	70	71	72	73	
住居												
非金融資産価値 W2	3,895	3,859	3,825	3,794	3,747	3,702	3,659	3,619	3,581	3,546	3,512	

除き、表2と同じである。W_Eは7,000万円とする。

6.3 各世帯の最適戦略

以上の設定のもとで、各世帯の最適戦略を求める。

(1) A世帯

A世帯の最適戦略の時系列推移を図13に示す。現時点における最適な生命保険金額は約8,700万円、火災保険金額は1,000万円、リスク資産の最適投資比率は約15%である。時系列推移を見ると、世帯主40歳時点、すなわち住宅購入時点以降の火災保険金額がそれ以前に比べて約3,000万円大きくなり、約4,000万円になる。これは、住宅を購入した場合にはその価値に等しい保険金額の火災保険に追加加入するという現実の行動に対応している。リスク資産投資比率は、住宅購入以前はほぼ一定であるが住宅購入を境に上昇しており、さらに時点によって大きく上下していることが確認できる。これは、無リスク資産を取り崩して住宅の頭金や入学金などを支払った結果、保有資産に占めるリスク資産の比率が相対的に高くなったためと考えられる。

表 6 B 世帯のキャッシュフロー表

世帯主年齢		30	31	32	33	34	35	36	37
配偶者年齢		28	29	30	31	32	33	34	35
第一子年齢		0	1	2	3	4	5	6	7
第二子年齢					0	1	2	3	4
イベント		第一子誕生			第二子誕生		幼稚園①		小学入学①
資金収入 Y	60歳で定年退職一時金2,000万円	623	655	686	716	744	770	795	818
消費支出 C		595	600	606	611	617	669	681	702
生活消費 c1		524	528	533	537	541	593	603	624
うち生活費		284	288	293	297	301	306	311	315
うち教育費①	立派系コース、自宅通学、28歳で結婚	0	0	0	0	0	47	52	68
うち教育費②	私立文系コース、私立文系コース、自宅通学	0	0	0	0	0	0	0	0
うち賃貸住宅費用	家賃10万円月のマンション	240	240	240	240	240	240	240	240
うち住宅購入関連	頭金2000万、3000万円を20年ローン	0	0	0	0	0	0	0	0
非金融資産購入 c2	通常生活費の25%	71	72	73	74	75	76	78	79
住居	40歳で5000万円のマンションを購入								
非金融資産価値 W2		1,041	1,082	1,123	1,163	1,204	1,244	1,284	1,325

世帯主年齢	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
配偶者年齢	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
第一子年齢	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
第二子年齢	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
イベント	幼稚園②		小学入学② 住宅購入			中学入学①			高校入学① 中学入学②		
資金収入 Y	840	860	879	896	911	925	938	948	958	965	972
消費支出 C	738	750	2,532	783	789	900	855	871	993	918	933
生活消費 c1	658	669	2,449	699	704	813	768	782	903	827	840
うち生活費	320	325	330	335	340	345	350	355	360	366	371
うち教育費①	51	51	51	51	51	155	104	114	125	95	93
うち教育費②	47	52	68	51	51	51	51	51	153	104	114
うち賃貸住宅費用	240	240	0	0	0	0	0	0	0	0	0
うち住宅購入関連	0	0	2,000	262	262	262	262	262	262	262	262
非金融資産購入 c2	80	81	82	84	85	86	87	89	90	91	93
住居			5,000								
非金融資産価値 W2	1,365	1,405	6,445	6,336	6,230	6,130	6,033	5,941	5,853	5,769	5,688

世帯主年齢	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
配偶者年齢	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
第一子年齢	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
第二子年齢	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
イベント	大学入学① 高校入学①			大学入学②	子供独立①			子供独立②		子供結婚①		定年退職 子供結婚②
資金収入 Y	976	979	981	981	979	976	971	965	957	947	936	2,000
消費支出 C	1,027	975	980	1,040	763	769	775	587	592	697	702	
生活消費 c1	933	879	883	941	685	689	694	522	526	630	634	
うち生活費	377	383	388	394	315	320	325	260	264	268	272	
うち教育費①	169	140	140	140	0	0	0	0	0	100	0	
うち教育費②	125	95	93	145	107	107	107	0	0	0	100	
うち賃貸住宅費用	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
うち住宅購入関連	262	262	262	262	262	262	262	262	262	262	262	262
非金融資産購入 c2	94	96	97	99	79	80	81	65	66	67	68	
住居												
非金融資産価値 W2	5,612	5,539	5,470	5,405	5,321	5,242	5,166	5,076	4,989	4,906	4,827	

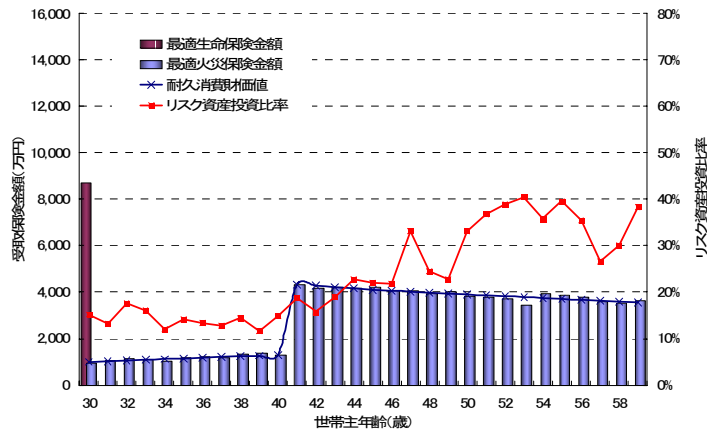


図 13 A 世帯における最適戦略の推移

表 7 C 世帯のキャッシュフロー表

世帯主年齢	30	31	32	33	34	35	36	37
配偶者年齢	28	29	30	31	32	33	34	35
第一子年齢	0	1	2	3	4	5	6	7
第二子年齢								
イベント		第一子誕生				幼稚園		小学入学
賃金収入 Y	60歳で引退、退職一時金なし	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798
消費支出 C		1,315	1,325	1,335	1,345	1,355	1,412	1,428
生活消費 c1		1,152	1,162	1,172	1,182	1,192	1,249	1,265
うち生活費		652	662	672	682	692	702	713
うち教育費①		0	0	0	0	0	47	52
うち教育費②	私立医学部コース、自宅通学	0	0	0	0	0	0	0
うち賃貸住宅費用	家賃40万円/月の自宅兼診療所	500	500	500	500	500	500	500
うち住宅購入関連	頭金3000万、7000万円を20年ローン	0	0	0	0	0	0	0
非金融資産購入 c2	通常生活費の25%	163	163	163	163	163	163	163
住居	40歳で1億円の自宅兼診療所を新築							
非金融資産価値 W2		1,133	1,262	1,387	1,509	1,626	1,740	1,851

世帯主年齢	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48
配偶者年齢	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46
第一子年齢	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
第二子年齢											
イベント			住宅購入		中学入学			高校入学			
賃金収入 Y	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798
消費支出 C	1,449	1,460	3,971	1,592	1,604	1,720	1,680	1,702	1,725	1,707	1,718
生活消費 c1	1,286	1,297	3,808	1,429	1,441	1,557	1,517	1,539	1,562	1,544	1,555
うち生活費	734	745	757	768	780	791	803	815	827	840	852
うち教育費①	51	51	51	51	51	155	104	114	125	95	93
うち教育費②	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
うち賃貸住宅費用	500	500	0	0	0	0	0	0	0	0	0
うち住宅購入関連	0	0	3,000	610	610	610	610	610	610	610	610
非金融資産購入 c2	163	163	163	163	163	163	163	163	163	163	163
住居			10,000								
非金融資産価値 W2	2,063	2,164	12,262	12,057	11,859	11,666	11,479	11,297	11,122	10,951	10,785

世帯主年齢	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
配偶者年齢	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58
第一子年齢	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
第二子年齢												
イベント	大学入学						子供独立					引退
賃金収入 Y	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	1,798	0
消費支出 C	2,223	2,143	2,156	2,169	2,183	2,196	1,519	1,530	1,541	1,553	1,564	
生活消費 c1	2,060	1,980	1,993	2,006	2,020	2,033	1,356	1,367	1,378	1,390	1,401	
うち生活費	865	878	891	905	918	932	746	757	768	780	791	
うち教育費①	585	491	491	491	491	491	0	0	0	0	0	
うち教育費②	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
うち賃貸住宅費用	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
うち住宅購入関連	610	610	610	610	610	610	610	610	610	610	610	610
非金融資産購入 c2	163	163	163	163	163	163	163	163	163	163	163	
住居												
非金融資産価値 W2	10,625	10,469	10,318	10,171	10,029	9,891	9,758	9,628	9,502	9,380	9,262	

(2) B 世帯

B 世帯の最適戦略の時系列推移を図 14 に示す。現時点における最適な生命保険金額は約 14,000 万円、火災保険金額は 1,000 万円、リスク資産の最適投資比率は約 22% である。世帯の最適な生命保険金額は、賃金収入、消費支出パターンによって決まる。生命保険は将来の賃金収入に対するヘッジであるため、定年時点までの累積賃金収入が大きい B 世帯の方が A 世帯に比べて最適生命保険金額も大きくなる。また、B 世帯は子供の人数が多いうえに一人当たりの教育費も高額であり、さらに購入予定の住宅価格も高いため、世帯主が死亡した場合も予定通りの支出を行うためには A 世帯よりも大きい金額の生命保険に加入しなくてはならない。これらの理由により、B 世帯の最適な生命保険金額は A 世帯の約 1.6 倍という結果になったと考えられる。一方、投資戦略を見ると、住宅購入時点でリスク資産投資比率が急激に上昇している。これは、保有資産に占める住宅購入頭金 2,000 万円の割合が非常に高かったことを示しており、B 世帯が将来予定しているライフイベントを実現させるためには、住宅購入時点から定年時点まで 50% から 75% という高い比率でリスク資産を保有しなくてはならない。

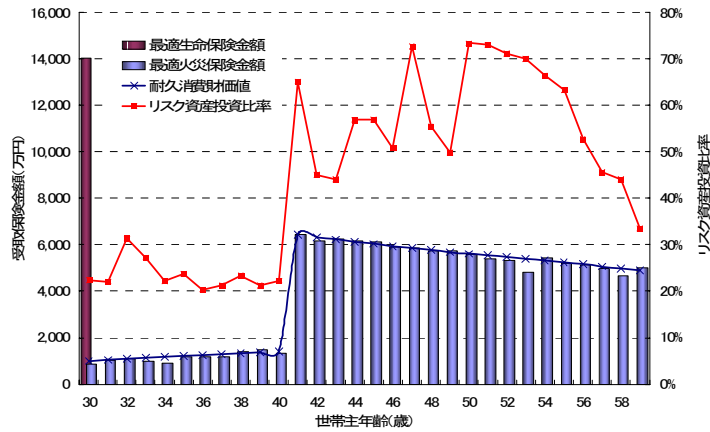


図 14 B 世帯における最適戦略の推移

(3) C 世帯

C 世帯の最適戦略の時系列推移を図 15 に示す。現時点における最適な生命保険金額は約 30,000 万円、火災保険金額は 1,000 万円、リスク資産の最適投資比率は約 15% であり、生命保険金額が突出して大きい。これは、各世帯のキャッシュフロー表から分かるように、C 世帯の累積賃金収入、累積消費支出が他の世帯よりも大きいことが原因であると考えられる。

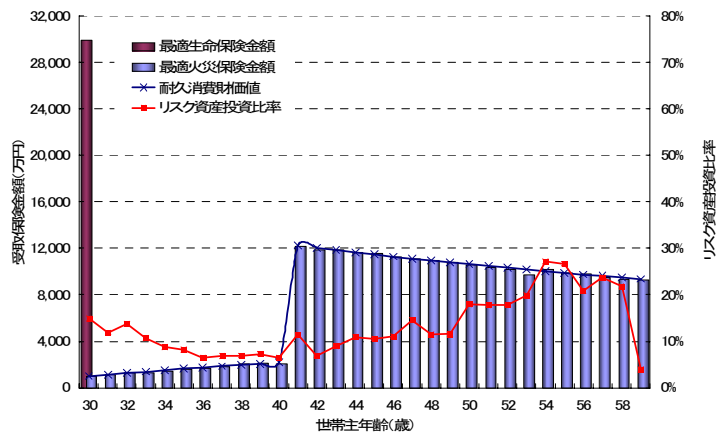


図 15 C 世帯における最適戦略の推移

以上の結果から、世帯の属性やライフサイクルによって最適な保険加入戦略や投資戦略が異なることが確認できた。本モデルを用いることによって、それぞれの世帯に合わせたフィナンシャルコンサルティングが可能になる。

7 おわりに

本研究ではシミュレーション型多期間最適化手法を用いて、世帯に対する資産形成モデルを構築した。まず、世帯が直面するリスクとして世帯主の死亡事故、火災事故、インフレを考え、それぞれのリスクに対するヘッジ機能を有する金融商品として生命保険、火災保険、リスク資産をモデル化した。その上で、世帯がこれらのライフサイクルに対応した様々なリスクをヘッジして、退職時まで安定した資産形成を行うための最適投資

戦略と、生命保険と損害保険の最適な加入保険金額を同時に決定するためのモデルの構築を試みた。

数値計算例では、将来の賃金収入に対するヘッジ手段としての生命保険の最適保険金額は年齢とともに減少すること、保有資産に対するヘッジ手段である火災保険の最適保険金額は保険加入時点の非金融資産保有額に等しいことなど、現実的な感覚とも一致する結果を得ることができた。また、それぞれの金融商品が有するリスクヘッジ機能は他の商品では代替することができないため、退職時保有資産の期待値の上昇などで表現されるインフレリスクは生命保険と火災保険の最適保険金額には影響を与えないという興味深い結果が得られた。さらに、本モデルのフィナンシャルコンサルティング実務における活用を検討し、世帯主の賃金収入、住宅の購入、子供の人数をはじめとした世帯の属性やライフサイクルによって、最適な保険加入戦略や投資戦略が異なることが確認でき、モデルの有用性を示すことができた。

今回の研究は、多期間最適化手法を個人の資産形成モデルに適用した試みであり、近年重要性が高まっている個人に対するフィナンシャルコンサルティングツールとしての活用可能性を示すものである。今後、このようなモデルが、金融機関の顧客サービスの一環として、実務においても幅広く活用されていくことが期待される。

参考文献

- [1] 金融広報中央委員会 (2003), 「家計の金融資産に関する世論調査」, <http://www.saveinfo.or.jp/kinyu/yoron/2003/03yoron.html>
- [2] 厚生労働省 (2003), 「賃金構造基本統計調査 (平成 15 年)」, <http://www.dbtk.mhlw.go.jp/toukei/kouhyo/indexk-roudou.html>
- [3] 社団法人日本アクチュアリー会 (1996), 「生保標準生命表 (1996) の作成過程」.
- [4] 総務省 (2000), 「全国消費実態調査 (平成 11 年)」, <http://www.stat.go.jp/data/zensho/1999/021index.htm>
- [5] 文部科学省 (2003), 「こどもの学習費調査 (平成 14 年)」, http://www.mext.go.jp/b_menu/toukei/001/006/03121101.htm
- [6] 文部科学省 (2003), 「学生生活調査 (平成 14 年)」, http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/16/04/04040702.htm
- [7] 枇々木規雄 (2001a), 「金融工学と最適化」, 朝倉書店.
- [8] 枇々木規雄 (2001b), 「戦略的資産配分問題に対する多期間確率計画モデル」, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, Vol.44, No.2, pp.169–193.
- [9] 枇々木規雄 (2001c), 最適資産配分問題に対するシミュレーション/ツリー混合型多期間確率計画モデル, 高橋一編, ジャフイー・ジャーナル [2001] 金融工学の新展開, pp.89–119.
- [10] 吉田靖, 山田泰之, 枇々木規雄 (2002), 「家計の金融資産配分問題に対する多期間最適化モデル」, 慶應義塾大学理工学部管理工学科 テクニカルレポート, No.02-003.
- [11] Bodie, Z. and D.B. Crane (1997), “Personal Investing: Advice, Theory, and Evidence”, *Financial Analyst Journal*, Vol.53, No.6, pp.13–23.
- [12] Bodie, Z., R.C. Merton and W.Samuelson (1992), “Labor Supply Flexibility and Portfolio Choice in a Life-Cycle Model”, *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol.16, No.3-4, pp.427–449.
- [13] Merton, R.C. (1969), “Lifetime Portfolio Selection Under Uncertainty: The Continuous-Time Case”, *Review of Economics and Statistics*, Vol.51, No.3, pp.247–257.
- [14] Merton, R.C. (1971), “Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous-Time Model”,

Journal of Economic Theory, Vol.3, No.4, pp.373–413.

- [15] Merton, R.C. (1992), *Continuous-Time Finance*, Blackwell.
- [16] Rockafellar R,T and S.Uryasev (2000) “Optimization of conditional value-at-risk”, *Journal of Risk*, Vol.2, No.3, pp.21–41.
- [17] Samuelson, P.A. (1969), “Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming”, *Review of Economics and Statistics*, Vol.51, No.3, pp.239–246.
- [18] Ziemba, W.T. and J.M. Mulvey (1998), “Worldwide Asset and Liability Modeling”, Cambridge University Press.