

研究ノート

生命エネルギーモデルを用いた完全平均余命の予測区間算定

白井 伽奈* 清水 泰隆†

2023 年 2 月 24 日投稿

2023 年 7 月 7 日受理

概要

Shimizu *et al.* (2020, 2022) によって生命エネルギーモデル “SEM” という死亡率予測に対する新しい手法が導入された。SEM とは人間に生命エネルギーが存在すると仮定し、生命エネルギー過程を確率過程でモデル化することで死亡率推移を生まれ年毎に予測するモデルである。本研究では同論文における死亡率予測の手法を元にして、新たに生命保険料や年金保険料、平均余命などの死亡率関数の汎関数に対して推定量を構成し、予測区間の導出を行った。本論文では特に、完全平均余命を生まれ年毎に試算し、さらにそれらの予測区間を算出することでより実務的な観点から数値検証を行った。

キーワード： 完全平均余命, 予測区間, 保険数学記号, 非心カイ 2 乗分布

1 はじめに

死亡率予測モデルの代表例として Lee-Carter (LC) モデル (Lee and Carter, 1992) が挙げられる。LC モデルは年齢ごとのパラメータを α_x と β_x , 暦年変化を表すパラメータを κ_t , 誤差項を $\varepsilon_{x,t}$ として、中央死亡率 $m_{x,t}$ の対数値を次式で表したモデルである。

$$\log m_{x,t} = \alpha_x + \beta_x \kappa_t + \varepsilon_{x,t} \quad (1 \leq x \leq \omega, 1 \leq t \leq M).$$

ただし、 M を推定の対象となる期間、 ω は最終年齢である。また、モデルの識別条件として $\sum_{x=1}^{\omega} \beta_x = 1$, $\sum_{t=1}^M \kappa_t = 0$ が課される。

LC モデルは国際的によく使用されているが、問題点が 2 つある。1 つ目は、上記のパラメータ推定方法では推定すべきパラメータ数が膨大であるため、その分誤差が積み重なり算出される死亡率や死亡率関数を用いて定義できる年金保険料や平均余命、生命保険料の予測精度に影響を与えてしまう点である。例えば 1930 年で 20 歳になる人の平均余命を求めたければ、推定すべきパラメータは

$$\alpha_{20}, \dots, \alpha_{110}; \beta_{20}, \dots, \beta_{110}; \kappa_{1930}, \dots, \kappa_{2020}$$

と 273 個にものぼり、これらの推定誤差が平均余命の予測精度に影響を与えてしまうことになる。2 つ目の問題点は、LC モデルにより得られる死亡率は暦年毎であるため、コホート c 毎に累積死亡率を求めるのに多くのステップを要する点である。そこで、Shimizu *et al.* (2020) ではコホート毎に生命エネルギーモデル (SEM)

* 早稲田大学大学院 基幹理工学研究科 E-mail: shirai_kana@ruri.waseda.jp

† 早稲田大学理工学術院 応用数理学科 E-mail: shimizu@waseda.jp