———研究論文———

契約条件の変更と破綻処理の比較

門田　伸一*

2007 年 09 月 24 日投稿
2008 年 02 月 25 日受理

概要

第 156 回国会において保険業法の一部改正が行われた．従来は経営破綻処理の過程においてのみ許容されていた契約条件の変更を, 継続企業を前提として可能とするものである．破綻処理は透明性が高いものの, 企業価値が清算価値により評価されるために損失が拡大する可能性が避けられない．処理時点の全契約者に類が及び, 早期適用には限界があること等が指摘されている．一方, 契約条件の変更は権利の縮減に下限が設けられるため, 必ずしも全契約者が対象とはならないこと, 変更対象が保険契約者に限定される等幾つかの点で, 破綻処理と根本的に相違するものとなっている．本稿では, 破綻処理に限定されていた従前に対し, 当該制度の新設が保険者の行動及び保険契約者の利益に如何なる影響を及ぼしたのかをリアル・オプションの視点より確認する．

キーワード： 非完備市場, 派生証券価格評価, リスク管理, 保険数理

1　序論

平成 15 年 7 月 18 日, 第 156 回国会において保険業法の一部改正が行われ, 「契約条件の変更」が新設された．運用利回りが予定利率を下回る当時の状況を踏まえて, 生命保険会社が完全な破綻に陥る前の段階で予定利率を引き下げ, それにより保険金額の削減等保険契約上の保険契約の権利縮減することを可能とするものである*1.

契約条件の変更は契約者に対して不利益な変更を許容するものであり, 保険者による権利行使は決して望ましい事態とは考えられない．然るに, 破綻処理に限定されていた従前と比較すれば, 当該制度の設立は否定されるものではない．平成 15 年 6 月 10 日の第 156 回財務金融委員会における正田文男参考人の発言が参考となろう．

第一の指摘は資産評価基準の差異である．破綻処理では清算価値が基準となることに対し, 継続企業を前提とする契約条件の変更では処理に伴う評価減が発生しない．第二の指摘は契約者の負担の差異である．破綻処理では全ての契約者が責任準備金を 10% 削減されることに対し, 契約条件の変更では責任準備金の削減は行われない．加えて, 予定利率の引下げ水準にも下限が設けられていることから, 負担を強いられる契約者は限定されることになる．ただし, 契約条件の変更においては, 経済的な負担が契約者に限定されるということには留意すべきであろう．第三の指摘は時間的制約である．破綻処理は司法介入を前提とする破産制度であるために, 早

* 野村証券株式会社フィデュシャリー・サービス研究センター / 筑波大学大学院ビジネス科学研究科企業科学専攻博士後期課程 / 〒100-8130 東京都千代田区大手町 2-2-2 アーバンネット大手町ビル　E-mail: smonden@ics.hit-u.ac.jp

*1 山下友信 [2005].

期適用には限界があるということである.

ところで, 選択肢の追加は従前と比較して, 保険者の行動及び契約者利益に如何なる影響を及ぼしたのであろうか. これはリアル・オプションの一例として考えることができるだろう. 本稿では, 権利行使前後の保険契約に係る公正価値を交換するオプション, すなわち, 引受た保険契約の公正価値を削減する権利として契約条件の変更と破綻処理をモデル化し, 両者の価値及び権利行使時期を確認した.

2　制度の概要

生命保険契約では, 約款において基礎率変更権を留保しない限り, 契約締結時の計算基礎率が保険期間に亘り適用される. 経験保険事故発生率の上昇, 資産運用収益率の低下等により予定した計算基礎率との乖離が生じても, 保険契約者の不利益となるような契約内容変更は原則として行われない. 剰余金分配率の一部若しくは全てが削減されるだけである.

然るに, 計算基礎率保証に係る損失が剰余の範囲内に収束するとは限らない. 剰余を超えた損失が発生すれば自己資本により補填せざるを得ない. 更に損失が自己資本を超過すれば, 当該保険会社は経営破綻により市場からの撤退を余儀なくされることとなる. 残念ながら 1996 年の保険業法改正後, 既に 7 件の破綻事例をわが国の生命保険市場では経験している.

さて, 経営破綻時には生命保険契約者保護機構から資金援助が行われるが, これは不足額に対し満額が充当されるわけではない. 資金援助は当該破綻会社の責任準備金の 90% に対し, 不足する資産額を対象とするものである[*2]. すなわち, 責任準備金の 10% 削減を前提としており, 全ての保険契約者は一律に経済的負担を強制されることになる. 当然に, 一般債権者, 基金拠出者若しくは株主も経済的負担を負うことになる.

このため, 業務又は財産の状況に照らして保険業の継続が困難となる蓋然性のある場合には契約条件の変更を可能とするように, 第 156 回国会において保険業法の改正が行われた[*3]. 当該改正は破綻処理を行わず, 継続企業のまま保有契約の予定利率を引き下げることで保険契約者に課せられる負担を軽減しようとすることが目的とされている. このため, 契約条件の変更には次掲の制限が設けられている[*4].

責任準備金削減の禁止　契約条件変更の日までに積み立てられた責任準備金は削減されない.

下限予定利率の確保　政令により下限予定利率が定められる[*5].

標準責任準備金の計算基礎[*6]を振り返ると, 平成 8 年 4 月 1 日以降平成 11 年 3 月 31 日までに適用される予定利率は 2.75% とされており, 前掲下限予定利率には達していない. 従って, 変更対象が平成 8 年以前における 4% から 6% 台の予定利率を適用する契約であることは明らかである.

なお, 当該制度においては破綻処理と異なり, 契約者の一部のみが経済的負担を行うこととなるため[*7], 将来において経営環境が改善し, 経済環境が好転した場合には, 契約条件の変更対象となった契約者に対し契約者配当, 剰余金の分配その他の金銭の支払いにより利益還元を行うことが可能とされている. ただし, この場合には, 利益還元方針内容を事前に通知し, 定款に記載又は記録することとなる[*8].

[*2] 保険業法第 270 条の 3(保険契約の移転等における資金援助), 保険契約者等の保護のための特別の措置等に関する命令第 50 条の 5(法第 270 条の 3 第 2 項第 1 号に規定する総理府令・内閣府令・財務省令で定める率). なお, 当該内容は保険金額の 90% を保障するものではないことに留意が必要である.

[*3] 平成 15 年 7 月 18 日成立. 同年 8 月 24 日施行.

[*4] 保険業法第 240 条の 4(契約条件の変更の限度)

[*5] 保険業法施行令第 36 条の 3(契約条件の変更の限度) により, 年 3% とされている.

[*6] 大蔵省告示第 48 号.

[*7] 権利縮減対象が契約者に限定されているが, 契約者に限定する内容では異議申立件数が保険業法第 240 条の 12 第 4 項に規定する許容数である「変更対象契約者数の 1/10」の範囲に収束するとは考えにくい. 保険業法第 240 条の 5 第 3 項では株主総会等の変更決議に際し, 変更内容に加え, 基金及び一般債権者の債務に対する取り扱い, 経営責任等等を通知することを鑑みれば, 現実的な対応として契約者以外にも損失の分担を求めることが前提とされているものと推察される.

[*8] 保険業法第 240 条の 5(契約条件の変更の決議)

そして, 内閣総理大臣により契約条件の変更の申し出が承認されれば, 保険契約に係る解約の業務停止が行われる[*9]. これは処理を円滑に行うためには当然のことであろう.

3 評価モデルの概要

3.1 保険数理による記述

保険料 $P_{x:\overline{n}|}$, 責任準備金 ${}_{\tau}V_{x:\overline{n}|}$, 給付現価 $A_{x:\overline{n}|}$, 年金現価 $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$ 等, 保険数学上適用される記号の解説は Appendix に示し, 以下では断り無く当該記号を適用する.

3.1.1 契約条件の変更

本稿では契約条件の変更処理を次掲のように設定する.

(a) 変更対象となる計算基礎率は死亡率及び予定利率とする.
(b) 計算基礎率は契約条件変更日時点のものを適用し, 下限は設けない.
(c) 契約条件変更日時点までに積み立てられた責任準備金は削減しない.
(d) 契約条件の変更により, 保険料は増額されない.
(e) 契約条件の変更により, 保険金は減額される.

年齢 x で加入した保険期間 n, 保険金額 1 の養老保険について第 τ 保険年度末に契約条件変更が行われるものとする. このとき, 責任準備金額は削減されないのであるから, 払済保険金額は次掲により求められる. ただし, 肩の添字”start”は条件変更前, ”first”は 1 回目条件変更後の計算基礎率が適用されていることを意味している.

$$\text{変更後払済 } S_1 = \frac{{}_{\tau}V_{x:\overline{n}|}{}^{start}}{A_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}{}^{first}} \tag{1}$$

次に, 契約条件の変更前後において保険料が変化しないものとすれば,

$$\text{変更後平準 } S_1 = \frac{P_{x:\overline{n}|}{}^{start}}{P_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}{}^{first}} \tag{2}$$

を得る. 従って, 第 τ_1 保険年度末に契約条件変更した場合の, 第 τ_2 保険年度末 $(\tau_1 < \tau_2)$ の責任準備金額は次掲により定義される.

$${}_{\tau_2}V^{first} = \frac{{}_{\tau_1}V_{x:\overline{n}|}{}^{start}}{A_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}{}^{first}} A^{first}_{x+\tau_2:\overline{n-\tau_2}|} + \frac{P_{x:\overline{n}|}{}^{start}}{P_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}{}^{first}} {}_{\tau_2-\tau_1}V_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}{}^{first} \tag{3}$$

3.1.2 破綻処理の場合

前掲のとおり, 生命保険会社の経営破綻時には, 保険契約者保護機構から責任準備金の 90% を基準とした資金援助が行われる. 従って, 本稿では破綻処理を次掲のように設定する. また, 過去の破綻処理に見られた長期に亘る解約控除の増額等は考慮しない.

(a) 変更対象となる計算基礎率は死亡率及び予定利率とする.
(b) 計算基礎率は破綻時点のものを適用し, 下限は設けない.
(c) 破綻時点までに積み立てられた 責任準備金の 10% が削減される.
(d) 破綻により, 保険料は増額されない.

[*9] 保険業法第 240 条の 3(業務の停止等)

(e) 破綻により, 保険金は減額される.

すなわち, 破綻後払済保険金額は

$$\text{破綻後払済}\ S_1 = \frac{0.9_\tau V_{x:\overline{n}|}{}^{start}}{A_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}{}^{first}} \tag{4}$$

となり, 破綻後平準保険金額は

$$\text{破綻後平準}\ S_1 = \frac{P_{x:\overline{n}|}{}^{start}}{P_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}{}^{first}} \tag{5}$$

となる. 従って, イベント発生時点における責任準備金削減の有無により, 破綻処理と契約条件変更処理を差別化することになる.

3.2 評価モデルの枠組

3.2.1 死亡率

保険契約及び保険契約に包含される権利を利子率及び死亡率の上に書かれるデリバティブとして表現する. 第一の課題は原資産たる死亡率をいかに表現するかである.

先行研究を概観すれば, Milvesky and Promislow[2001] では, Gompertz 法則を拡張し, 時点 t, 年齢 x の死力 $\mu_{x,t}$ について, $\mu_{x,t} = \xi_0 e^{\xi_t x + Y_t}$, $dY_t = -\alpha Y_t dt + \sigma dW_t$ とすることにより平均回帰性を与えている. 山本信一・上田泰三 [2003], Dahl[2004] 等では, Hull-White, Cox-Ingersoll-Ross 等のスポット・レート・モデルを死力表現に代替適用している. Schrager[2006] も同様の"Gaussian Stochastic Thiele モデル", "Gaussian Stochastic Makeham モデル"を提唱している. また, Biffis[2005] は Gompertz-Makeham 法則 $\mu_t = m(t) + \eta_t \cdot Y_{t-}$ を拡張し, 状態変数 Y にジャンプ拡散過程 $dY_t = \gamma\{\bar{y}(t) - Y_t\}dt + \sigma dW_t - dJ_t$ を適用している.

然るに, Cairns, Blake and Dowd[2006] が指摘するように死亡率に平均回帰性を持たせることには問題があるかもしれない. 何故ならば現在世界的に観測される死亡率の低下トレンド*10が将来において反転し, 悪化トレンドを持つことを想定するため, 医学の進歩に対して正当化することが困難であろうと考えられるためである.

ジャンプを適用する他の研究例では, Lin and Coxc[2006] が壊滅的な死亡率の変動を表現するため, 対数正規過程に基づく標準死亡率 q_t にジャンプ・イベントによるショックを計上し,

$$\tilde{q}_t = \begin{cases} q_t Y_{[N_t - N_{t-h}]} & (\text{ジャンプ発生; 確率}\ p) \\ q_t & (\text{ジャンプ未発生; 確率}\ 1-p) \end{cases} \tag{6}$$

としている. ここでは平均回帰性は反映されていない.

また, Lin and Cox[2004a] が指摘するように, 死亡率改善予測にも困難が伴う. 渋谷政昭・華山宣胤 [2004] は極値理論を適用することによる日本人男性寿命分布の上限値を推定しているが, 死亡率表現モデルにおける上限値設定は今後の課題である. とりわけ, 生存保障リスク評価のためには当該テーマの解決が必要と考えられる.

本稿では, Lee and Carter[1992] の提唱する Lee-Carter モデル*11を採用する. Lee-Carter モデルは前掲死亡法則に依存せず, 時点 t, 年齢 x の死亡率 $q_{x,t}$ の対数値を,

$$\ln(q_{x,t}) = \alpha_x + \sum \beta_x \gamma_t + \varepsilon_{x,t} \tag{7}$$

*10 厚生労働省が 2007 年 7 月 26 日に発表した平成 18 年簡易生命表で確認できる.

*11 国立社会保障・人口問題研究所 [2006] では, 修正 Lee-Carter モデルが適用されている.

$$\sum \beta_x = 1$$
$$\sum \gamma_t = 0$$

と分解する手法である.

先に紹介した Parametric モデルでは一部の年齢における適合度が犠牲となるが, Lee-Carter モデルでは当該問題点を緩和できる. パラメータ α, β, γ は特異値分解により最小二乗推定を行えばよい.

ただし, Brouhns, Denuit and Vermunt[2002] は式 (7) による予測結果と経験値の乖離要因が特異値分解を通じた最小二乗推定の前提を等分散としていることと指摘し, パラメータ推定を Newton-Raphson 法で行い, 誤差項に Poisson 分布をあてはめている. また, Lee-Carter モデルの留意点として, 医学の進歩及び環境変化に関する過程を考慮せず, 既往歴以外の情報は反映されないことに注意を促している. 小暮厚之・長谷川知弘 [2005], 小暮厚之 [2005] は誤差項に正規分布を過程する標準的な Lee-Carter モデルと Poisson 双線形回帰モデルを比較し, 年齢パラメータ (α, β) は両者の推定値が一致するものの, 暦年パラメータ (γ) には相当程度の誤差が生ずること, 標準的な Lee-Carter モデルの残差分析から, 高齢者層における誤差項の分散不均一性を確認し, 分散不均一性を明示的に考慮する Poisson 双線形回帰モデルの方が信頼度が高いだろうと予想している. *12

3.2.2 測度変換

市場性及び代替性を有さない保険商品についての公正価値は, リスク調整を反映した将来キャッシュフローの期待現在価値により定義される. リスク調整は「割引率」「確率測度」「キャッシュフロー」により行われ, Casualty Actuarial Task Force[2000] では割引率を調整する CAPM 法, 取引価格を基準とする再保険法, 資産と資本の公正価値差額より負債の公正価値を評価する間接法, 損失分布の確率測度変換によりリスク・ローディングを行う測度変換法等が例示されている. ここで日本国の生命保険市場を振り返ると, 2008 年 2 月現在営業展開する全ての保険引受会社が非上場企業である*13. このため CAPM 法及び間接法は対象から除外される. 再保険価格には出再・受再会社の信用力及び受再会社の容量が影響するため, 公正価値評価のためには当該部分を控除しなければならない. 再保険法の適用は, 却って問題を複雑にしてしまうだろう. 本稿では保険会社の組織形態に基づく制約を受けず, 潜在的デリバティブを含む全てのキャッシュフローが評価可能である*14測度変換法を採用する. ここで, 留意すべき点は死亡率について市場は非完備ということである.

非完備市場においては, リスク中立確率測度は一意に定まらない. このため, 確率測度の選択手法は複数のものが提唱されているが, 本稿では Distortion 変換*15に属する Wang 変換*16を採用する.

Wang 変換を採用する理由は, 門田伸一 [2006] で指摘したとおりである. 第一に Risk Measures としての保険料及び責任準備金が Coherent 性*17を有すること, 第二に資産と負債を整合して扱えること, 第三に多変量への拡張が容易であること*18, 第四に変換対象のサンプル・パス, 標準正規分布関数及び逆関数が用意されていることを前提として数値解析が容易であること, 第五に変換に際しては積率の存在を要求しないこと, という長所を有するためである.

*12 なお, 誤差項を正規分布 $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ とする場合のあてはまりの良さは, パラメータ β, γ の次数に依存する可能性を第 27 回 JAFEE 夏季大会 (2007 年 8 月 3 日, 明治大学駿河台キャンパス) の発表時に森平爽一郎教授 (早稲田大学) より指摘された. 推定時の次数決定にも留意が必要となろう.

*13 株式会社 T&D ホールディングス及びソニーフィナンシャルホールディングス株式会社は持株会社であり, 引受会社ではない.

*14 American Academy of Actuaries[2002] の示す「将来キャッシュフローの期待現在価値」の評価原則の第三原則では, 全てのキャッシュフローを評価対象とすることが要求されている.

*15 Distortion 変換については, McLeish, D. L. and R. Mark Ressor[2003] に詳しい.

*16 Wang 変換の詳細については Wang[2002][2003][2004] を参照されたい.

*17 Coherent Risk Measures については Artzner et al.[1999] を参照されたい.

*18 多変量 Wang 変換については Kijima[2006], 木島正明・田中敬一 [2007] を参照されたい.

Wang 変換では, 死亡率 $q_{x,t}$ の分布関数 $F(\cdot)$ を次式により変換する.

$$F^Q(q_{x,t}) = \Phi[\Phi^{-1}[F^P\{q_{x,t})\} - \lambda_t] \tag{8}$$

すなわち,

$$\frac{dQ}{dP}|_{\mathcal{F}_t} = \frac{\phi[\Phi^{-1}\{F(q_{x,t})\} - \lambda_t]}{\phi[\Phi^{-1}\{[F(q_{x,t})\}]} \tag{9}$$

となる. ただし, $\phi(\cdot)$ は標準正規分布の確率密度関数, $\Phi(\cdot)$ は分布関数, パラメータ λ_t はリスクの市場価格であり, ここでは時間に依存することを前提としている.

誤差項に正規分布をあてはめれば, P 測度下において (7) 式は

$$\ln(q^P_{x,T}) = \alpha_x + \sum \beta_x \gamma_T + \sigma W^P_T \tag{10}$$

であるので,

$$q_{x,T}{}^P|_{\mathcal{F}_t} = q_{x,t}{}^P \exp[\sum \beta_x \gamma_T + \sigma W^P_{T-t}] \tag{11}$$

W^P_T に対して Wang 変換を適用すれば

$$\frac{dQ}{dP} = e^{\frac{\lambda}{\sqrt{T}} W^P_T - \frac{\lambda^2}{2}} \tag{12}$$

を得る. 従って, Q 測度下においては

$$q_{x,T}{}^Q|_{\mathcal{F}_t} = q_{x,t}{}^Q \exp[\sum \beta_x \gamma_T + \sigma(\lambda_T \sqrt{T} - \lambda_t \sqrt{t}) + \sigma W^Q_{T-t}]$$

となる.

3.2.3 契約条件変更権の価値 (将来における利益還元を想定しない場合)

本稿では保険会社が保有契約の公正価値減価を最大化させるように契約条件の変更若しくは破綻処理を行うものと想定する. 従って, 変更前公正価値を行使価格, 変更後公正価値を原資産とする Put Otion により両者の権利価値を定義する.

本稿では契約条件変更権により保険料は増額されず, 保険金のみが減額されることを前提としている. 従って, 第 τ 時点に契約条件変更された責任準備金公正価値は次掲のように表現できる.

$${}_0V^{first,MV}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|} = \left(\frac{{}_\tau V^{start}_{x:\overline{n}|}}{A^{first}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}} + \frac{P^{start}_{x:\overline{n}|}}{P^{first}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}}\right) A^{MV}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|} - P^{start}_{x:\overline{n}|} \ddot{a}^{MV}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|} \tag{13}$$

権利行使される契約条件変更権の利得は

$$\begin{aligned} Payoff(\tau) &= \max({}_\tau V^{start,MV}_{x:\overline{n}|} -{}_0 V^{first,MV}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}, 0) \\ &= \max[(1 - \frac{{}_\tau V^{start}_{x:\overline{n}|}}{A^{first}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}} - \frac{P^{start}_{x:\overline{n}|}}{P^{first}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}}) A^{MV}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}, 0) \end{aligned} \tag{14}$$

により定義されるので, 時点 t における契約条件変更権の価値は

$$Value(RD;\tau \mid \mathcal{F}_t) = \sup_\tau E^Q[e^{-\int_t^\tau r_u du} Payoff(\tau) \mid \mathcal{F}_t] \tag{15}$$

として評価すればよい.

破綻処理の場合には (14) 式が次掲のように変化する.

$$Payoff(\tau) = \max[(1 - \frac{0.9\,{}_\tau V^{start}_{x:\overline{n}|}}{A^{first}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}} - \frac{P^{start}_{x:\overline{n}|}}{P^{first}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}}) A^{MV}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}, 0) \tag{16}$$

3.2.4 契約条件変更権の価値 (将来における利益還元を想定する場合)

契約条件変更後において, 変更対象契約者に対して利益還元を行なう場合は Compound Option により問題設定することができる. すなわち, 将来における利益還元の権利を評価し, 当該価値を控除した契約条件変更権の利得を定義すればよい. 利益還元を想定しない場合に比較し, 契約条件変更権価値は当然に減少することになる.

留意すべき点は, 利益還元策の選択である. 削減された保険金額の回復手段により価値評価モデルが変化するためである. 第一の手法は計算基礎率を変更せず, 剰余金分配により保険金増額を図るものである. この場合には契約時 (減額前) 保険金額を超過した後も保険料支払が継続され, 原資産として保有資産が追加されることとなる. 第二の手法は契約条件変更後の公正価値及び還元利益を財源として転換を行い, 契約時保険金額に当該払済保険金額が不足する部分を継続保険料の拠出により購入するものである. ただし, 保険契約者が契約時保険料を超過する保険料負担を許容することを想定しない. 本稿では後者を採用する.

第 τ_2 時点に保険会社が契約条件変更後, 第 τ_1 時点 $(\tau_2 < \tau_1)$ に保険契約者が転換する場合の保険料及び保険金額は次掲のとおりとなる. ただし, SD は変更対象契約に対する利益還元給付額である.

$$\text{転換後 } P = \max[\,[\min[\,P^{start}_{x:\overline{n}|}, (1-\text{転換後払済 } S)P^{second}_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}]\,, 0\,] \tag{17}$$

$$\text{転換後払済 } S = \frac{SD + {}_{\tau_2}V^{start}_{x:\overline{n}|}}{A^{first}_{x+\tau_2:\overline{n-\tau_2}|}} \frac{A^{first}_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}}{A^{second}_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}} + \frac{P^{start}_{x:\overline{n}|}}{P^{first}_{x+\tau_2:\overline{n-\tau_2}|}} \frac{{}_{\tau_1-\tau_2}V^{first}_{x+\tau_2:\overline{n-\tau_2}|}}{A^{second}_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}} \tag{18}$$

$$\text{転換後平準 } S = \max[\,[\min[\,\frac{P^{start}_{x:\overline{n}|}}{P^{second}_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}}, 1-\text{転換後払済 } S\,]\,, 0\,] \tag{19}$$

従って, 第 τ_1 時点における転換権価値は

$$Value(CV;\tau_1|\,\mathcal{F}_{\tau_2}) = \sup_{\tau_1} E^Q[e^{-\int_{\tau_2}^{\tau_1} r_u du} Payoff(\tau_1)\,|\,\mathcal{F}_{\tau_2}] \tag{20}$$

とすればよい. ただし,

$$Payoff(\tau_1) = \max[\,(\text{転換後 } S - \text{転換前 } S)A^{MV}_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|} - (\text{転換後 } P - P^{start}_{x:\overline{n}|})\ddot{a}^{MV}_{x+\tau_1:\overline{n-\tau_1}|}, 0\,] \tag{21}$$

である. ここで, 転換後 S は転換後払済 S と転換後平準 S の合計額であり, 転換前 S は契約条件変更若しくは破綻処理後の払済 S 及び平準 S の合計額である.

オプションの上に書かれるオプションとして評価するのであるから, 第 τ_2 時点における契約条件変更権の利得は式 (14) より (20) を控除すればよい. 結果として, 時点 t における契約条件変更権の価値は

$$Value(RD;\tau_2\,|\,\mathcal{F}_t) = \sup_{\tau_2} E^Q[e^{-\int_t^{\tau_2} r_u du} Payoff(\tau_2)\,|\,\mathcal{F}_t] \tag{22}$$

により導出される.

4　数値解析結果

4.1　Lee-Carter モデルのパラメータ推定

簡易生命表の男性死亡率を入力情報とし, 式 (7) のパラメータ推定を行う. このためには,

$$\begin{aligned} minimize \quad & \sum_{x=0}^{\omega}\sum_{t=1}^{T}\{\ln(q_{x,t}) - (\alpha_x + \sum^{n} \beta_x\gamma_t)\}^2 \\ & \equiv L_1[\alpha_0, \cdots, \alpha_\omega; \beta_0, \cdots, \beta_\omega; \gamma_1, \cdots, \gamma_T] \\ subject \quad to \quad & \sum_{x=0}^{\omega} \beta_x = 1 \\ & \sum_{t=1}^{T} \gamma_t = 0 \end{aligned} \tag{23}$$

を解けばよい.

本稿では 1987 年から 2005 年を観測期間としたパラメータ推定を特異値分解により行い, 将来分の γ_t を ARIMA により推定した. 誤差項は年齢及び時点に依存しない正規分布 $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ を適用し, σ の推定結果として 0.03456 を得た.

図 1　Lee-Carter Model の α (年齢)

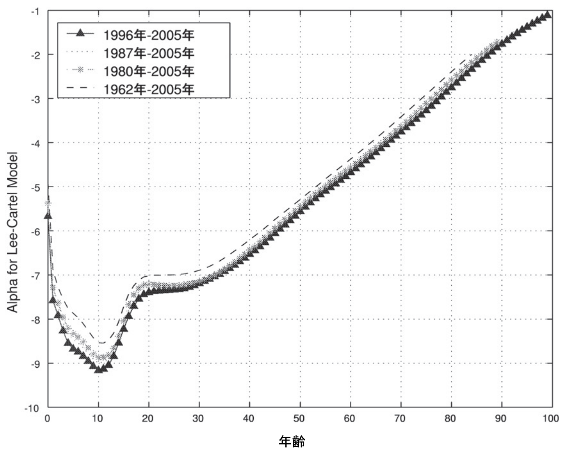


図 2　Lee-Carter Model の β (年齢)

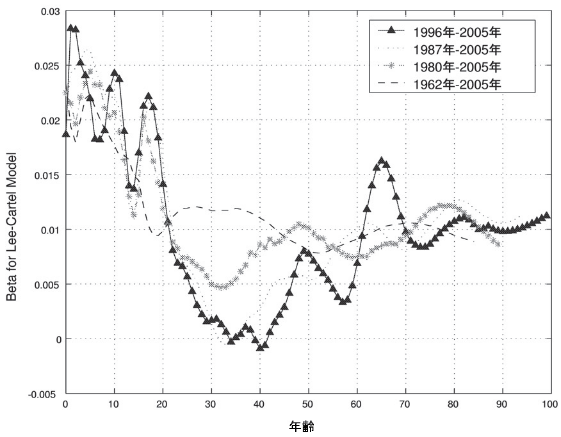


図 3　Lee-Carter Model の γ

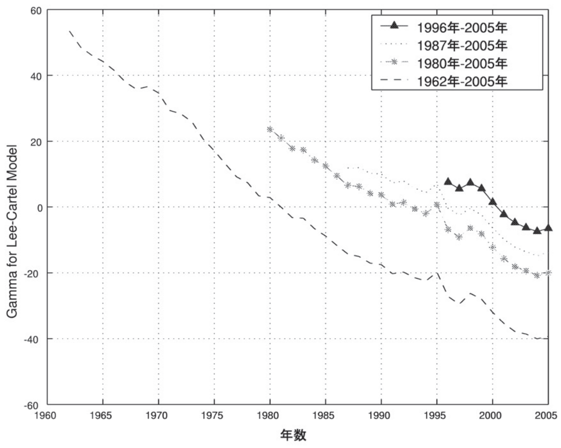


図 4　γ (1987-2005)

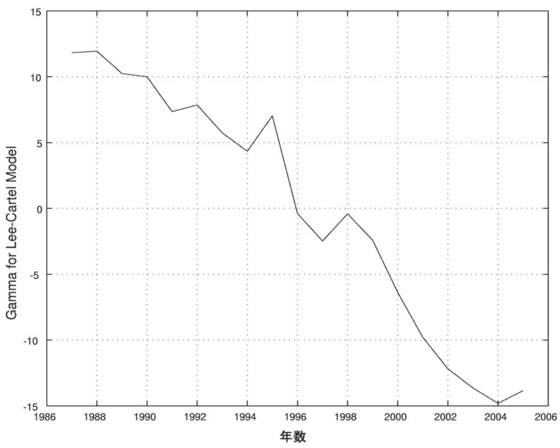


表 1　Lee-Carter Model におけるパラメータ

年齢	α	β_1	β_2	β_3	β_4	β_5
0	△ 5.5101	0.0208	△ 0.0139	△ 0.0297	0.6503	△ 0.3540
10	△ 8.9957	0.0222	△ 0.0629	0.1525	△ 1.2789	0.8847
20	△ 7.2709	0.0161	0.0288	△ 0.0498	△ 0.1816	0.1737
30	△ 7.1823	0.0015	0.0167	0.0600	△ 0.1787	△ 0.1941
40	△ 6.5086	0.0028	0.0624	0.0210	△ 0.0680	△ 0.4180
50	△ 5.5243	0.0055	0.0115	0.0494	0.4628	0.0312
60	△ 4.5930	0.0101	△ 0.0123	△ 0.0567	△ 0.0895	△ 0.0532
70	△ 3.6958	0.0081	△ 0.0010	0.0183	0.3771	0.2201
80	△ 2.6523	0.0126	0.0043	△ 0.0153	△ 0.0609	0.0769
90	△ 1.6839	0.0105	0.0043	△ 0.0279	△ 0.1068	0.4246

表 2　Lee-Carter Model におけるパラメータ (2)

年数	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5
1987	11.8330	0.8525	0.3770	0.0130	△ 0.0656
1988	11.9430	0.8306	0.1436	△ 0.0122	0.0287
1989	10.2490	0.4699	△ 0.0873	△ 0.0251	0.0181
1990	9.9979	0.3553	△ 0.4464	0.0163	△ 0.0218
1991	7.3512	0.1510	△ 0.4831	△ 0.0141	0.0348
1992	7.8563	△ 0.2654	△ 0.3818	0.0025	0.0108
1993	5.7392	△ 0.5698	△ 0.3049	0.0008	△ 0.0037
1994	4.3411	△ 0.8570	0.0639	0.0131	△ 0.0419
1995	7.0338	△ 1.0765	0.5383	△ 0.0351	△ 0.0115
1996	△ 0.3937	△ 0.6515	△ 0.0563	0.0386	0.0108
1997	△ 2.4740	△ 0.4675	△ 0.0755	△ 0.0264	0.0522
1998	△ 0.4088	△ 0.0712	0.2701	△ 0.0094	△ 0.0198
1999	△ 2.4175	0.1454	0.7507	△ 0.0032	0.0648
2000	△ 6.3878	0.0305	0.1487	0.0268	△ 0.0207
2001	△ 9.7975	0.2998	0.0067	0.0117	0.0127
2002	△ 12.1780	0.3100	△ 0.2457	0.0002	0.0027
2003	△ 13.6380	0.5534	0.1546	0.0212	△ 0.0103
2004	△ 14.8040	0.0191	△ 0.1102	△ 0.0165	△ 0.0193
2005	△ 13.8480	△ 0.0585	△ 0.2626	△ 0.0548	△ 0.0210

図 1 から図 4 は観測データを「1962 年－ 2005 年」「1980 年－ 2005 年」「1987 年－ 2005 年」「1996 年－ 2005 年」に区分し*19推定した結果である. 図 1 より, 年齢要因 α_x は観測期間には依存せず安定するものと考えられる. 然るに, 年齢要因 β_x は観測期間により形状は大きく変化している. また, 時間要因 γ_t は曲線の形状は似ているものの, 水準は異なっている. 当該結果には最終年齢 ω の差異が影響していることも想定されるが, Brouhns, Denuit and Vermunt[2002] の「医学の進歩及び環境変化に関する過程を考慮せず, 既往歴以外の情報を反映しない」とする指摘を鑑みれば, 観測期間を長期化することは回避することが無難であるとも解釈できよう.

4.2 Wang 変換のパラメータ推定

拙稿 [2006] では λ の状態変化を想定していない. 然るに, 死亡率低下に伴い将来の自然保険料が低下することを鑑みれば, 当然にリスクの市場価格も連鎖して低下すべきであろう. そこで本稿では, 各時点における予定利率及び予定死亡率*20により評価される自然保険料と整合するように Wang 変換のパラメータ $\lambda(i_t; q_{x,t})$ を決定した.

$$E^Q[e^{-\int_t^{t+1} r_u du} q^Q_{x,t+1} \mid \mathcal{F}_t] = v_t q^{\text{標準生命表}}_{x,t}$$

$$\therefore \lambda(i_t; q_{x,t}) = \frac{\sum_{k=0}^{t-1}[\ln v_k q^{\text{標準生命表}}_{x,k} - \ln B(k, k+1) q^Q_{x,k}] - [\beta_x(\gamma_t - \gamma_0) + \frac{\sigma^2}{2} t]}{\sigma\sqrt{t}} \tag{24}$$

ここで i_t は第 t 時点における予定利率, $B(t, T)$ は第 T 時点に満期を迎える信用リスクのない割引債の第 t 時点における価格である. なお, 式 (24) の導出過程は Appendix に示す.

表 3　Wang 変換におけるパラメータ $\lambda(i_1; q_{x,1})$

年齢	自然保険料計算の適用予定利率				簡易	標準
	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	生命表	生命表
0	△ 28.9667	△ 29.1089	△ 29.2503	△ 29.3911	0.00298	0.00108
10	13.4273	13.2851	13.1436	13.0028	0.00009	0.00014
20	12.5398	12.3976	12.2561	12.1153	0.00056	0.00084
30	3.9824	3.8402	3.6987	3.5579	0.00074	0.00086
40	0.8000	0.6579	0.5164	0.3756	0.00144	0.00148
50	△ 0.3123	△ 0.4545	△ 0.5960	△ 0.7368	0.00358	0.00365
60	△ 1.2561	△ 1.3983	△ 1.5397	△ 1.6805	0.00894	0.00834
70	△ 0.1348	△ 0.2770	△ 0.4185	△ 0.5593	0.02138	0.02193
80	1.0379	0.8957	0.7543	0.6135	0.06031	0.06039
90	3.5044	3.3623	3.2208	3.0800	0.16312	0.17900

(注 1) 簡易生命表は「平成 18 年簡易生命表」の男性の率である.

(注 2) 標準生命表は「生保標準生命表 2007(死亡保険用)」の男性の率である.

*19 簡易生命表の最終年齢 ω を基準としたグルーピングである.

*20 時点 0 においては, 生保標準生命表 2007(死亡保険用) を適用する.

定義式より明らかなように, λ は死亡率及び利子率の状態遷移について, 直近実績のみならず全ての履歴を参照することになる. λ の直感的な解釈は, 保険料及び責任準備金算定の基礎となる生命表における安全割増の代替である. このため 0 歳及び 50 − 70 歳に見られるような「負値をとる λ」は違和感を覚えるところであろうが, これは当該部分において平成 18 年簡易生命表*21の率が標準生命表 2007(死亡保険用) の率よりも高くなっているためである.

なお, 図 3 に示す Lee-Carter モデルの時間要因のパラメータ γ_t からも確認できるように, 死亡率は顕著な低減傾向にある. これは世界的に観測されるトレンドである*22. 過去に観測されるトレンドを反映することになるため, 将来における予定死亡率の水準も時間経過に伴い低下し, 連鎖して自然保険料が低下する. 各時点, 各状態における自然保険料と整合させるように決定されるため, 結果として λ の水準も低下する. これは表 4 及び図 5 において確認することができる.

表 4　Wang 変換におけるパラメータ $\lambda(i_t; q_{x,t})$

時点	パーセンタイル値				
	0.5% 値	25.0% 値	50.0% 値	75.0% 値	99.5% 値
1	3.9824				
2	2.7659	2.7999	2.8266	2.8614	2.9972
3	2.2611	2.2923	2.3182	2.3536	2.5019
4	1.9580	1.9874	2.0132	2.0490	2.1965
5	1.7515	1.7810	1.8064	1.8428	1.9997
6	1.5993	1.6283	1.6535	1.6895	1.8478
7	1.4808	1.5091	1.5346	1.5716	1.7286
8	1.3853	1.4135	1.4390	1.4743	1.6336
9	1.3058	1.3345	1.3596	1.3956	1.5529
10	1.2389	1.2671	1.2925	1.3283	1.4831
11	1.1817	1.2096	1.2345	1.2702	1.4209
12	1.1315	1.1592	1.1841	1.2192	1.3722
13	1.0869	1.1149	1.1393	1.1744	1.3253
14	1.0477	1.0748	1.0993	1.1343	1.2859
15	1.0119	1.0391	1.0634	1.0981	1.2439

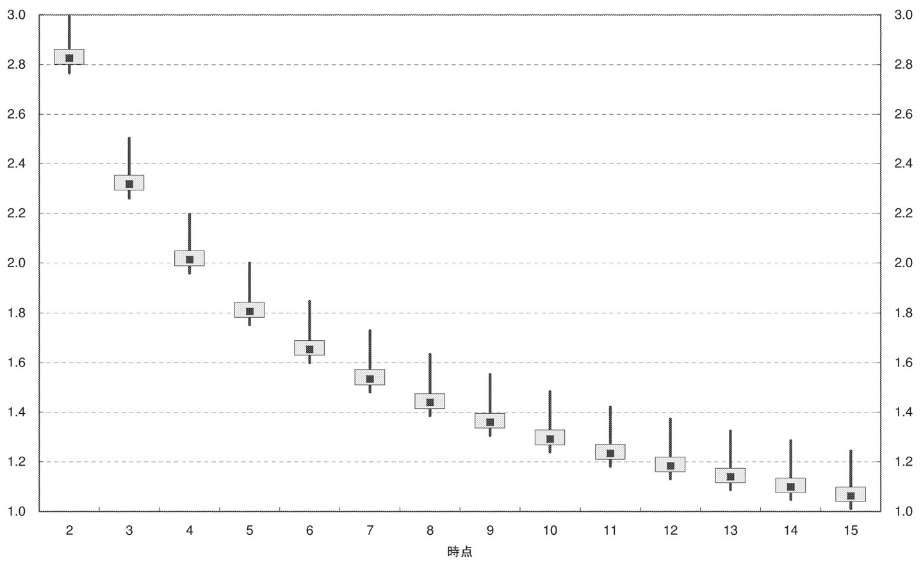
(注 1) 評価対象の被保険者は 30 歳である.

(注 2) 契約時予定利率は 1.5% である.

*21 2007 年 7 月 26 日, 厚生労働省大臣官房統計情報部発表.

*22 例えば, 前掲「平成 18 年度簡易生命表」報告書では諸外国の平均寿命の年次推移が示されており, 1965 年から 2006 年における時間経過に伴う平均寿命の伸び, すなわち, 死亡率の低下を確認することができる.

図 5　$\lambda(i_t; q_{x,t})$ の期間構造



4.3　Cox-Ingersoll-Ross Model のパラメータ推定

スポット・レートモデルには

$$dr = \alpha[\bar{r} - r]dt + \sigma\sqrt{r}W_t$$

を採用し, 2007 年 5 月 4 日の金利・債券データによりパラメータ推定を行った. 結果として α に 0.07745, $\bar{r}$ に 0.04163, σ に 0.01047 を得た.

4.4　契約条件の変更及び破綻処理の権利価値評価

死亡率と利子率の上に書かれるデリバティブとして保険契約の公正価値を記述し, 変更前公正価値を行使価格, 変更後公正価値を原資産とする Put Option として権利価値を評価する. すなわち, 行使価格は時間及び状態により変化し, かつ, 任意の時点に権利行使が可能な American Moving Strike Put Option である. ここで評価対象の保険商品は保険期間 15 年の養老保険とした. なお, リスクの市場価格 (Wang 変換のパラメータ λ) を時間依存させるために, 自在性の高い数値解析手段として Longstaff and Schwartz[2001] の提唱する最小二乗モンテカルロ法 (以下, LSM 法と書く.) を適用した.

満期以前に権利行使可能なデリバティブは, 当該契約を維持することによる継続価値と権利行使する場合に得られるペイオフを比較し, 後者が前者を上回る場合に権利行使が行われる. LSM 法とは, 第 t 時点におけるイン・ザ・マネーのサンプル・パスについて, 当該時点における状態変数を説明変数, 第 $t + \Delta t$ 時点におけるペイオフをスポット・レートで Δt 期間割り戻した値を従属変数とする回帰分析を行い, 得られた回帰式により継続価値を推定しようとするものである. 保険分野では Andreatta and Corradin[2003] の解約権評価を先行例の一つとして掲げることができる.

本稿では死亡率の不確実性を全年齢で共有するため, ネイピア数を底とする指数関数値 $\exp(\sigma W_T^Q)$ を死亡率に対応する状態変数とした．一方, 利子率については変換を行っていない．Cox-Ingersoll-Ross Model のパスは正値に限定されるためである．また, 基底関数を構成する直交多項式には 10 次の Laguerre 多項式を適用した．数値解析は Compaq Visual Fortran で行い, 回帰分析には IMSL 数値計算ライブラリの DLSBRR を適用, 試行回数は 10,000 回としている．

保険数理において適用する標準死亡率は粗死亡率に対し安全割増を計上し, 権利権価値評価において適用する死亡率は粗死亡率を測度変換する．ここで, 安全割増は 2005 年簡易生命表に対する生保標準生命表 2007(死亡保険用) の比が一定であるものと仮定し, 当該年齢別係数を粗死亡率に乗ずることで標準死亡率を定義している．従って, 標準生命表における安全割増は粗死亡率の水準に比例することになり, 粗死亡率が低下すれば安全割増が圧縮されることになる．当該標準生命表に整合させることによる Wang 変換のパラメータ λ の期間構造は先に示した通りである．

将来における予定利率は各グリッド・ポイントにおける 10 年利付債券のパー・クーポンとしている[*23]．

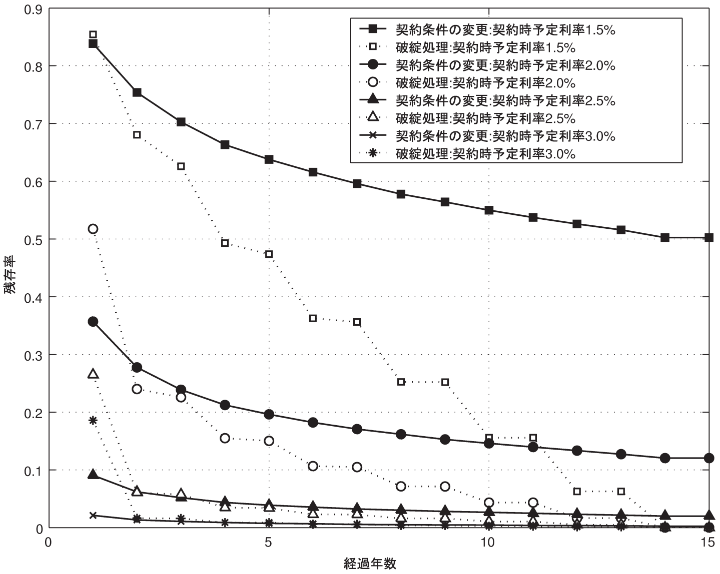
4.4.1　将来における利益還元を想定しない場合

式 (14) 及び式 (16) からは, 各権利価値の特徴として次掲の内容を把握できる．

第一に変更前の保険料 $P_{x:\overline{n}|}$ 及び責任準備金 ${}_\tau V_{x:\overline{n}|}$ が小さいほど, すなわち, 予定利率が高いほど, また, 予定死亡率が低いほど契約条件変更若しくは破綻処理により保険者が得られる利得が大きくなることである．契約者の損失として読み替えれば, 当然のこととして理解できよう．

第二に各要素の利得及び権利行使時期への影響である．$\frac{P^{start}_{x:\overline{n}|}}{P_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}^{first}}$ は τ が満期に近くなるほど分母が大きくなるために逓減し, $\frac{{}_\tau V^{start}_{x:\overline{n}|}}{A^{first}_{x+\tau:\overline{n-\tau}|}}$ は時間の経過とともに逓増し, 満期時には 1 に収斂する．従って, 前者は権利行使を遅らせるインセンティブを与え, 後者は権利行使を早めるインセンティブを与えることになる．契約条件の変更と破綻処理では, 前者は共通するものの, 後者には差異が生じている．責任準備金削減を許容しない契約条件の変更の方が, 破綻処理よりも権利行使が早められることになる．これは価値評価と同時に, 数値的に確認することができる．

図 6　契約条件変更権及び破綻処理権の残存率



[*23] 当該決定基準に基づく予定死亡率及び予定利率は大蔵省告示第 48 号「標準責任準備金の積立方式及び計算基礎率を定める件」とは必ずしも一致しない．

図 6 は横軸に時間, 縦軸に残存率をとり, 契約条件の変更及び破綻処理の権利が行使されずに残存するパスを確認したものである. 経過 1 年目を見ると, 何れの予定利率の組においても破綻処理の残存率が契約条件の変更の残存率よりも高く, 以降の期間で逆転している. また, 破綻処理の残存率が契約条件の変更のそれよりも高水準にある期間は予定利率が高くなるに伴い長期化し, 予定利率 2.5% の組では経過 3 年目まで, 予定利率 3.0% の組では経過 5 年目までとなっている.

さて, 契約条件の変更よりも破綻処理の残存率が高いということは, 当該期間における前者の権利行使が後者よりも多いということである. そこで, 次の段階では権利行使の行われる状態を確認する.

《経過 1 年目における権利行使領域の比較》

図 7　初期予定利率 1.5% の場合

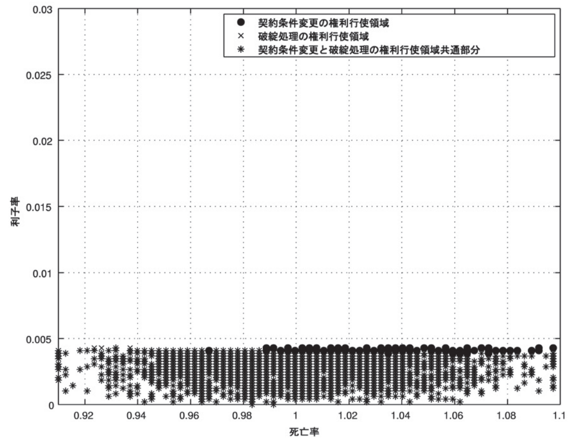


図 8　初期予定利率 2.0% の場合

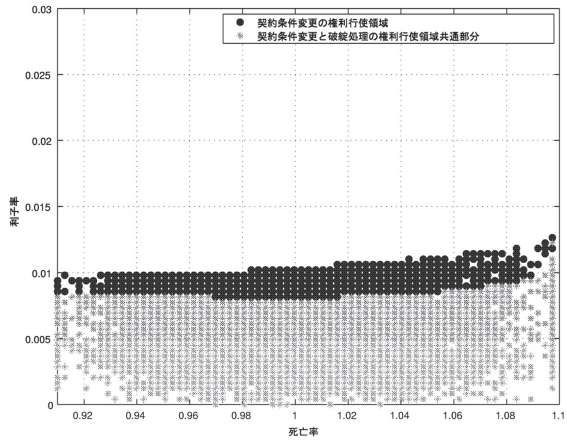


図 9　初期予定利率 2.5% の場合

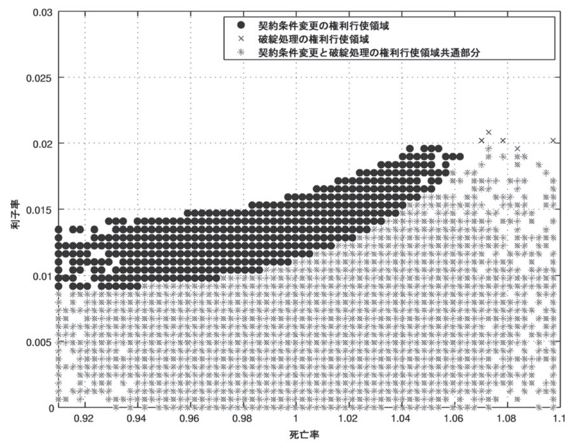
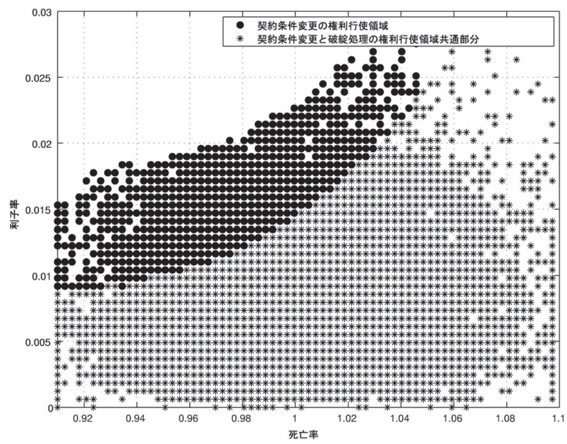


図 10　初期予定利率 3.0% の場合



(注) 被保険者年齢は 30 歳である.

図 7 から図 10 では経過 1 年目における権利行使領域を示している. 図の縦軸と横軸は LSM 法の回帰対象となる状態変数であり, 各状態変数の交点がブランクの部分にある場合には, 権利行使により得られる利得が継続価値を下回るため破綻処理及び契約条件の変更は行われない. 図 6 にプロットされる「残存するパス」の状態である. 他方, 状態変数の交点に $*$ が打たれる場合[*24]には契約条件の変更及び破綻処理が, $\times$ が打たれる場合には破綻処理のみが, $\bullet$ が打たれる場合[*25]には契約条件の変更のみが行われる.

権利行使領域が図の下部に位置することは, 権利行使の発生する経済要因の一つが, 市中金利の許容水準を超える低下であることを意味している. また, 死亡保障商品においては, 許容水準を超える死亡率の上昇が権利行

*24 グラフ下部の薄いマーカー領域.

*25 グラフ上部の濃いマーカー領域.

使の発生要因となる．権利行使領域が横軸に対して対称とはならず左側が低くなることは, 利差損を死差益が補填するものとして, 右側が高くなることは, 死差損が利差損に加算されるものと解釈できる．当該結果は直観的な理解とも整合するものであろう．

更に, 契約時に設定される予定利率の水準も権利行使領域には影響する．適用される予定利率が当該時点の新契約に適用される率 (1.5%) である場合には, 契約条件の変更と破綻処理の間に権利行使領域の大きな差異は生じていないが (図 7), 適用される予定利率が高くなるほど共通の領域 ($*$) だけではなく, 契約条件の変更に係る領域 ($\bullet$) が拡大している．

何れの図においても, $\bullet$ は $*$ の上部に位置しており, 予定利率が高くなるにつれて左側に推移していく．契約条件の変更に係る権利行使領域が破綻処理に係るそれよりも大きいということは, より広い状態変数の範囲でパスが消滅するということである．また, 領域の上部に $\bullet$ が打たれるということは, 市中利子率の低下が浅い段階で契約条件の変更が破綻処理に優先して行われることを意味している．すなわち, 責任準備金削減の認否は権利行使に差異を与えているということである．

最終段階で表 5 を見ると, 契約条件の変更は破綻処理に比較し権利価値が低くなっている．当該結果は, 保険契約者の経済的負担が軽減されているものと読み替えることができるだろう．

表 5　契約条件の変更と破綻処理の権利価値

年齢	契約条件の変更				破綻処理			
	契約時予定利率				契約時予定利率			
	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%	1.5%	2.0%	2.5%	3.0%
0	0.0039	0.0207	0.0445	0.0717	0.0192	0.0297	0.0509	0.0773
10	0.0039	0.0207	0.0445	0.0718	0.0193	0.0298	0.0510	0.0775
20	0.0039	0.0206	0.0444	0.0714	0.0192	0.0297	0.0508	0.0771
30	0.0039	0.0206	0.0443	0.0713	0.0192	0.0295	0.0508	0.0769
40	0.0038	0.0203	0.0438	0.0705	0.0190	0.0293	0.0504	0.0761
50	0.0035	0.0194	0.0423	0.0681	0.0185	0.0284	0.0487	0.0737
60	0.0029	0.0176	0.0388	0.0630	0.0177	0.0264	0.0451	0.0686
70	0.0018	0.0125	0.0298	0.0498	0.0167	0.0222	0.0365	0.0554

4.4.2　将来における利益還元を想定する場合

変更対象契約者への利益還元を想定する場合の契約条件の変更権利価値は, 式 (22) に示すとおりである．すなわち, 契約条件の変更を条件として利益還元が実施されるのであるから, 将来における転換権価値を契約条件変更後の公正価値より控除, 当該価値と契約条件変更前の公正価値を対比し, 利得を評価すればよい．

当該権利価値は, 正副構造を持つ格子法により評価することが可能である．拙稿 [2007a] では契約条件の変更及び破綻処理について, 将来における転換の有無を考慮した権利価値の評価を行っている．

5　結論

当該改正は現金による公的資金投入を行わず, 契約条件の変更を認容することにより実質的に保険者の救済を行ったものである. 権利の行使される事態は決して好ましいものではないが, 当該スキームが従来の破綻処理に比較して優れている点として次掲の三点を指摘できる.

第一に責任準備金の削減を許容しないため, 権利行使時期を早めるインセンティブを与えたということである. 当該要素からは問題を先送りすることによる損失の拡大を防ぐ効果を期待できよう. 本稿では保険者に与えられた権利をデリバティブスとみなし, 権利行使領域を比較することにより, 当該内容を計量的に確認した.

第二には権利行使の意思決定を当事者に残し, 責任の所在を明確にしたことである. 愚かな経営者は, 業務停止命令を発令されるまで営業を継続するかもしれない. 然るに, 契約条件の変更を行わずに経営破綻することがあれば, 最善の経営行動を執らなかったことは明白となる. 意思決定に係る価値評価を行うことにより, 経営判断の結果として拡大した損害額も一定の条件下で評価される. 賠償請求額の算定根拠に一定水準の客観性を与えることも可能となろう.

また, 契約条件の変更には内閣総理大臣の承認後, 株主総会等の決議を必要とする*26. すなわち, 契約条件の変更内容, 基金や保険契約者以外の一般債権者の債務の取り扱い, 将来の利益還元等による救済条件, 経営責任等について合意が成立しなければ, 変更を受け入れずに経営破綻を選択することも, 契約者は自己責任において可能である. 自らの保有する権利価値を評価することができれば, 契約者は変更内容について合理的な検討を行うことが可能となろう.

第三には権利縮減対象を限定することで当該時点における契約者間の公平性を確保する一方, 経営改善時における優先的な利益還元を権利縮減対象者に約することで将来における契約者間の公平性を確保しうることである.

なお, 契約条件の変更を債務免除と考えるならば, 貸借対照表上の責任準備金額に変動はなくとも, 式 (14) 及び式 (21) の利得は生じている. 法人税法第 22 条第 2 項を鑑みれば, 当該債務免除益には当然に課税すべきであろう. ただし, 当該利得の額は公正価値評価モデルに依存するため, 基準となる評価手法の確立が必要と考えられる.

*26 保険業法第 240 条の 5 第 1 項 (契約条件の変更の決議).

A Appendices

A.1 保険数学における記号の説明

年齢 x の生存者数を l_x, 死亡者数を d_x とする. 任意の時点 t において, 生存者数と死亡者数の関係は次掲のとおりとなる.

$$l_{x+t} - d_{x+t} = l_{x+t+1} \tag{25}$$

年齢 x の被保険者に対する保険金額 1, 保険期間 n, 年払の養老保険の保険料 $P_{x:\overline{n|}}$ は, 次の手順により求めることができる.

給付現価 養老保険とは保険事故発生時 (死亡時) 及び保険事故未発生下での満期時に保険金額を給付する保険商品である. 従って, 給付額の現在価値 S_x は, 保険金を期末払, 予定利率を i とすると次式により定義される.

$$\begin{aligned} S_x &= \frac{1}{l_x}\sum_{u=0}^{n-1}\frac{d_{x+u}}{(1+i)^{u+1}} + \frac{l_{x+n}}{l_x(1+i)^n} \\ &= \sum_{u=0}^{n-1}(\frac{1}{1+i})^{u+1}\frac{l_{x+u}}{l_x}\frac{d_{x+u}}{l_{x+u}} + (\frac{1}{1+i})^n\frac{l_{x+n}}{l_x} \end{aligned} \tag{26}$$

ここで, $v = \frac{1}{1+i}$, $\frac{l_{x+t}}{l_x} ={}_t\, p_x$, $\frac{d_x}{l_x} = q_x$, $D_x = v^x l_x$, $C_x = v^{x+1}d_x$ とすると, 式 (26) は

$$S_x = \sum_{u=0}^{n-1} v^{u+1}{}_u p_x q_{x+u} + v^n{}_n p_x \tag{27}$$

$$= \sum_{u=0}^{n-1}\frac{C_{x+u}}{D_x} + \frac{D_{x+n}}{D_x} \tag{28}$$

となる. 更に, $N_x = \sum_{u=0}^{\infty} D_{x+u}$, $M_x = \sum_{u=0}^{\infty} C_{x+u}$, とすれば,

$$S_x = \frac{(Mx - M_{x+n}) + D_{x+n}}{D_x} := A_{x:\overline{n|}} \tag{29}$$

と記述できる.

収入現価 同様にして保険料の収入現価 G_x を求められる. 保険料拠出が平準的に行われるものとすれば,

$$G_x = P_{x:\overline{n|}}\cdot\frac{1}{l_x}\sum_{u=0}^{n-1}\frac{l_{x+u}}{(1+i)^u} \tag{30}$$

$$= P_{x:\overline{n|}}\cdot\sum_{u=0}^{n-1} v^u{}_u p_x \tag{31}$$

$$= P_{x:\overline{n|}}\cdot\frac{N_x - N_{x+n}}{D_x} := P_{x:\overline{n|}}\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}} \tag{32}$$

保険料の決定 給付現価と収入現価が等価となるように, すなわち, 収支相当の原則に則り, 保険料を決定すればよい.

$$P_{x:\overline{n|}}\cdot\ddot{a}_{x:\overline{n|}} = A_{x:\overline{n|}} \tag{33}$$

$$\therefore P_{x:\overline{n|}} = \frac{A_{x:\overline{n|}}}{\ddot{a}_{x:\overline{n|}}} := \frac{(Mx - M_{x+n}) + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}} \tag{34}$$

責任準備金　責任準備金は将来法若しくは過去法により評価される．将来法では「将来の給付を賄うために現時点で留保しておくべき金額」として，過去法では「これまでに収受された保険料から支払われた給付金額を控除した残額」として責任準備金が評価される．第 t 時点の責任準備金 ${}_tV_{x:\overline{n|}}$ を将来法により記述すれば，

$$
\begin{aligned}
S_{x+t} &= A_{x+t:\overline{n-t|}} && (35)\\
&= \frac{(M_{x+t}-M_{x+n})+D_{x+n}}{D_{x+t}} && (36)\\
G_{x+t} &= P_{x:\overline{n|}}\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} && (37)\\
&= P_{x:\overline{n|}}\cdot\frac{N_{x+t}-N_{x+n}}{D_{x+t}} && (38)\\
\therefore {}_tV_{x:\overline{n|}} &= S_{x+t}-G_{x+t} && (39)\\
&:= A_{x+t:\overline{n-t|}}-P_{x:\overline{n|}}\cdot\ddot{a}_{x+t:\overline{n-t|}} && (40)
\end{aligned}
$$

となる．

ファクラーの再帰式　x 歳契約の任意の保険契約について，第 t 時点の責任準備金を V_t，保険料を P とする．第 $t+1$ 時点の責任準備金は，第 t 時点の責任準備金及び拠出保険料に 1 期間付利し，期末に当該年度に発生する給付金を控除すればよいので，次掲のように記述される．

$$l_{x+t+1}V_{t+1}=l_{x+t}(V_t+P)(1+i)-d_{x+t} \tag{41}$$

ただし，ここでは期中での解約を想定していない．
さて，式 (41) の両辺に v^{x+t+1} を乗ずれば，

$$D_{x+t+1}V_{t+1}=D_{x+t}(V_t+P)-C_{x+t} \tag{42}$$

を得る．$t=0\sim(n-1)$ まで辺々加えれば，

$$
\begin{aligned}
D_{x+n}V_n &= D_xV_0+P\sum_{t=0}^{n-1}D_{x+t}-\sum_{t=0}^{n-1}C_{x+t}\\
\therefore\ P &= \frac{D_{x+n}V_n-D_xV_0+(M_x-M_{x+n})}{N_x-N_{x+n}} && (43)
\end{aligned}
$$

契約時責任準備金 (V_0) を 0，満期時責任準備金 (V_n) を定期保険については 0，養老保険については 1 とすれば保険料が得られる．
同様にして，$t=0\sim(t-1)$ まで辺々加えれば過去法責任準備金が，$t=t\sim(n-1)$ まで辺々加えれば将来法責任準備金が得られる．

A.2 Wang 変換のパラメータ推定

$$v_0 q_{x,t}^{\text{標準生命表}} = E^Q[e^{-\int_t^{t+1} r_u du} q_{x,t+1}^Q \mid \mathcal{F}_t]$$

において, $t=0$ とすると

$$\begin{aligned} v_0 q_{x,0}^{\text{標準生命表}} &= E^Q[e^{-\int_0^1 r_u du} q_{x,1}^Q \mid \mathcal{F}_0] \\ &= B(0,1) E^Q[q_{x,1}^Q \mid \mathcal{F}_0] \\ &= B(0,1) q_{x,0}^Q \exp[\, \beta_x(\gamma_1 - \gamma_0) + \lambda(i_0; q_{x,0})\, \sigma + \frac{\sigma^2}{2}] \end{aligned}$$

$$\therefore \lambda(i_0; q_{x,0}) = \frac{\ln v_0 q_{x,0}^{\text{標準生命表}} - \ln B(0,1) q_{x,0}^Q - [\, \beta_x(\gamma_1 - \gamma_0) + \frac{\sigma^2}{2}]}{\sigma} \tag{44}$$

同様にして, $t=1$ とすると

$$\begin{aligned} v_1 q_{x,1}^{\text{標準生命表}} &= E^Q[e^{-\int_1^2 r_u du} q_{x,2}^Q \mid \mathcal{F}_1] \\ &= B(1,2) q_{x,1}^Q \exp[\beta_x(\gamma_2 - \gamma_1) + \sigma(\lambda(i_1; q_{x,1})\sqrt{2} - \lambda(i_0; q_{x,0})) + \frac{\sigma^2}{2}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lambda(i_1; q_{x,1}) &= \frac{\ln v_1 q_{x,1}^{\text{標準生命表}} - \ln B(1,2) q_{x,1}^Q - [\, \beta_x(\gamma_2 - \gamma_1) + \frac{\sigma^2}{2}] + \lambda(i_0; q_{x,0})\sigma}{\sigma\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sum_{k=0}^{1} [\ln v_k q_{x,k}^{\text{標準生命表}} - \ln B(k,k+1) q_{x,k}^Q - \beta_x(\gamma_k - \gamma_0) - \frac{\sigma^2}{2}]}{\sigma\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sum_{k=0}^{1} [\ln v_k q_{x,k}^{\text{標準生命表}} - \ln B(k,k+1) q_{x,k}^Q] - \beta_x(\gamma_2 - \gamma_0) - \sigma^2}{\sigma\sqrt{2}} \end{aligned} \tag{45}$$

以下同様にして, 式 (24) を得る.

更に任意の t 時点で式 (24) が成立するとき, $t+1$ 時点では

$$\begin{aligned} \therefore \lambda(i_{t+1}; q_{x,t+1}) &= \frac{\ln v_t q_{x,t}^{\text{標準生命表}} - \ln B(t,t+1) q_{x,t}^Q - [\, \beta_x(\gamma_{t+1} - \gamma_t) + \frac{\sigma^2}{2}] + \lambda(i_t; q_{x,t})\sigma\sqrt{t}}{\sigma\sqrt{t+1}} \\ &= \frac{\sum_{k=0}^{t} [\ln v_k q_{x,k}^{\text{標準生命表}} - \ln B(k,k+1) q_{x,k}^Q] - [\beta_x(\gamma_{t+1} - \gamma_0) + \frac{\sigma^2}{2} t]}{\sigma\sqrt{t+1}} \end{aligned} \tag{46}$$

である. 従って, 数学的帰納法により式 (24) が証明できた.

参考文献

[1] 木島正明・田中敬一 [2007], 『資産の価格付けと測度変換』, 朝倉書店, 2007 年 6 月 20 日.

[2] 国友直人・室井芳史 [2006], 「保証付き年金オプションの評価法について」, 『日本保険・年金リスク学会 第 4 回 研究発表大会 予稿集』, 2006 年 10 月 14 日, 15-23 頁.

[3] 小暮厚之・長谷川知弘 [2005], 「将来生命表の統計モデリング:Lee-Carter 法とその拡張 -ヒューマン・セキュリティへの基盤研究-」, 『総合政策学ワーキングペーパーシリーズ №. 71』, 2005 年 4 月.

[4] 小暮厚之 [2005], 「死亡率のモデリングと予測」, 『統計』, 第 56 巻, 第 4 号, 2005 年 4 月 1 日, 19-24 頁.

[5] 国立社会保障・人口問題研究所 [2006], 『日本の将来推計人口 (平成 18 年 12 月推計)』, 2006 年 12 月.

[6] 渋谷政昭・華山宣胤 [2004], 「年齢時代区分データによる超高齢者寿命分布の推測」, 『統計数理』, 第 52 巻第 1 号, 117-134 頁.

[7] 二見隆 [1988], 『生命保険数学』, 財団法人生命保険文化研究所, 昭和 63 年 1 月 24 日.

[8] 森平爽一郎 [2006], 「寿命リスクとその証券化:モデリングの展望」, 『日本保険・年金リスク学会 第 4 回 研究発表大会 予稿集』, 2006 年 10 月 14 日, 103-122 頁.

[9] 門田伸一 [2006], 「生命保険契約における転換権のオプション価値評価」, 『日本保険・年金リスク学会誌』, Vol.2, No.1, 2006 年 10 月, 51-74 頁.

[10] 門田伸一 [2007a], 「生命保険契約の潜在的デリバティブ：転換権と償還権」, 『JAFEE2006 冬季大会』, 2007 年 1 月 23 日-24 日, 235-263 頁.

[11] 門田伸一 [2007b], 「生命保険契約における基礎率変更と破綻処理の比較」, 『JAFEE2007 夏季大会』, 2007 年 8 月 2 日-3 日, 191-210 頁.

[12] 山下友信 [2005], 『保険法』, 有斐閣. 2005 年 3 月 10 日.

[13] 山本信一・上田泰三 [2003], 「数理ファイナンスを応用した更新型定期保険の価格設定 (米国のデータに基づいた考察)」, 『社団法人日本アクチュアリー会会報』, 第 56 号, 第 2 分冊, 2003 年 10 月 31 日, 109-126 頁.

[14] American Academy of Actuaries[2002], "Fair Valuation of Insurance Liabilities: Principles and Methods", *Public Policy Monograph,* September 2002.

[15] Andreatta, Giulua and Stefano Corradin[2003], "Valuing the Surrender Options Embedded in a Portfolio of Italian Life Guaranteed Participating Policies: a Least Squares Monte Carlo Approach", *Working Paper,* 15th October 2003.

[16] Artzner, Philippe and Freddy Delbaen and Jean Marc Eber and David Heath[1999], "Coherent Measures of Risk", *Mathematical Finance,* 9(3), 203-228.

[17] Bacinello, Anna Rita[2003], "Pricing Guaranteed Life Insurance Participating Policies with Annual Premiums and Surrender Option", *North Actuarial American Journal,* Vol.7 No.3, July 2003, P1-17.

[18] Biffis, Enrico[2005], *"Affine processes for dynamic mortality and Actuarial Valuations", Insurance: Mathematics and Economics,* Vol.37, 2005, P443-468.

[19] Blake, David and Andrew J.G. Cairns and Kevin Dowd[2006], "Living with Mortality: Longevity Bonds and Other Mortality-Linked Securities", *Working Paper,* 16th January 2006.

[20] Briys, Eric and François de Varenne[1997], "On the Risk of Life Insurance Liabilities: Debunking Some Common Pitfalls", *Journal of Risk and Insurance,* December 1997.

[21] Briys, Eric and François de Varenne[2001], *"Insurance from underwritting to derivatives",* John Wiley and Sons, LTD., April 2001.

[22] Brouhns, Natacha and Michel Denuit and Jeroen K. Vermunt[2002], "A Poisson log-bilinear regres-

sion approach to the construction of projected lifetables", *Insurance: Mathematics and Economics,* Vol.31, 2002, P373-393.

[23] Cairns, Andrew J.G. and David Blake, Paul Dawson and Kevin Dowd[2005], "Pricing the Risk on Longevity Bonds", *Working Paper,* 22th February 2005.

[24] Cairns, Andrew J.G. and David Blake and Kevin Dowd[2006], "Pricing Death: Frameworks for the Valuation and Securitization of Mortality Risk", *Astin Bulletin,* Vol.36, No.1, 2002, P79-120.

[25] Casualty Actuarial Task Force on Fair Value Liabilities[2000], *"White Paper on Fair Valuing Property/ Casualty Insurance Liabilities",* August 2000.

[26] Dahl, Mikkel[2004], "Stochastic mortality in life insurance: market reserves and mortality-linked insurance contracts", *Insurance: Mathematics and Economics,* 35, 2004, P113-136.

[27] Gatzert, Nadine and Alexander Kling[2005], "Analysis of Participating Life Insurance Contracts: A Unification Approach", *University of St. Gallen Working Papers on Risk Management and Insurance,* No.18, November 2005.

[28] Gatzert, Nadine and Hato Schmeiser[2006a], "Assessing the Risk Potential of Premium Payment Options in Participating Life Insurance Contracts", *University of St. Gallen Working Papers on Risk Management and Insurance,* No.22, April 2006.

[29] Gatzert, Nadine and Hato Schmeiser[2006b], "Implicit Options in Life Insurance: Valuation and Risk Management", *University of St. Gallen Working Papers on Risk Management and Insurance,* No.26, August 2006.

[30] Gatzert, Nadine[2007], "The Impact of Implicit Options in Life Insurance Contracts: Systematization and Overview", *University of St. Gallen Working Papers on Risk Management and Insurance,* No.33, January 2007.

[31] Gerber, Hans U. and Elias S.W. Shiu[1994], "Option Pricing by Esscher Transform", *Transactions of Society of Actuaries,* Vol.46, 1994, P99-191.

[32] Grosen, Anders and Peter Løchte Jørgensen[2000], "Fair Valueation of Life Insurance Liabilities: The Impact of Interest Rate Guarantees, Surreder Options, and Bonus Policies", *Insurance: Mathematics and Economics,* 26, 2000, P37-57.

[33] Hamada, Mahmoud and Michael Sherris[2003], "Contingent Claim Pricing using Probability Distortion Operators: Methods from Insurance Risk Pricing and their Relationship to Financial Theory", *Applied Mathematical Finance,* 2003, Vol.10, issue1, P19-47.

[34] Harrington, Scott E. and Gregory R. Niehaus[2004], *"Risk Management and Insurance",* [監訳] 米山高生・箸方幹逸, [訳] 岡田太・柳瀬典由・石坂元一・諏訪吉彦・曽耀鋒「保険とリスクマネジメント」, 東洋経済新報社, 2005 年 4 月 12 日.

[35] Jarrow, Robert[2002], "Put Option premiums and Coherent Risk Measures", *Mathematical Finance,* Vol.12, No.2, April 2002, P135-142.

[36] Kijima, Masaaki[2006], "A Multivariate Extension of Equilibrium Pricing Transforms: The Multivariate Esscher and Wang Transforms for Pricing Financial and Insurance Risks", *Astin Bulletin,* Vol.36, No.1, May 2006, P269-283.

[37] Lee, Ronald D. and Lawrence R. Carter[1992], "Modeling and Forecasting U.S. Mortality", *Journal of the American Statistical Association,* Vol87, No.419, P659-671.

[38] Lin, Yijia and Samuel H. Cox[2004a], "Securitization of Mortality Risks in Life Annuities", *Georgia state University Working Paper, No.03-3,* 6th April 2004.

[39] Lin, Yijia and Samuel H. Cox[2004b], "Natural Hedging of Life and Annuity Mortality Risks",

Georgia state University Working Paper, No.04-8, 24th August 2004.

[40] Lin, Yijia and Samuel H. Cox[2006], "Securitization of Catastrophe Mortality Risk", *Working Paper,* 24th July 2006.

[41] Longstaff, Francis A. and Eduardo Schwartz[2001], "Valuing American Option by Simulation: A Simple Least-Squares Approach", *The Review of Financial Studies,* Vol.14 No.1, 2001.

[42] McLeish, Donald L. and R. Mark Ressor[2003], "Risk, Entropy, and the Transformation of Distributions", *North American Actuarial Journal,* Vol.7 No.2, April 2003, P128-144.

[43] Milvesky, Moshe A. and S. David Promislow[2001], "Mortality derivatives and the option to annuitise", *Insurance: Mathematics and Economics,* 29, 2001, P299-318.

[44] Monden, Shinichi[2006], "Evaluation of Embedded Derivatives in Life Insurance", *2006 Daiwa Lecture Series and International Workshop on Financial Engineering, International Workshop,* 16th September 2006.

[45] Schrager, David F.[2006], "Affine Stochastic Mortality", *Insurance: Mathematics and Economics,* 38, 2006, P81-97.

[46] Siu, Tak Kuen[2005], "Fair valuation of participating policies with surrender options and regime switching", *Insurance: Mathematics and Economics,* 37, 2005, P533-552.

[47] Wang, Shaun S.[2002], "A Universal Framework for Pricing Financial and Insurance Risks", *Astin Bulletin,* Vol.32, No.2, 2002, P213-234.

[48] Wang, Shaun S.[2003], "Equilibrium Pricing Transforms: New Results using Bühlmann's 1980 Economic Model", *Astin Bulletin,* Vol.33, No.1, 2002, P57-73.

[49] Wang, Shaun S.[2004], "Cat bond pricing using probability transforms", *Insurance and the State of the Art in Cat Bond Pricing,* , No.278, January 2003, P19-29.