
 研究論文

「確定給付企業年金の運営政策」*

大森 孝造[†] 米澤 康博[‡]

2008年6月16日投稿

2009年5月21日受理

概要

確定給付企業年金に関して、掛金拠出戦略と運用戦略を分析した。これまでの多くの研究が、ある時点において発生している年金債務を所与として最適ポートフォリオを求めているのに対して、本稿は、年金給付全額を運用目標として将来の掛金戦略を含めた継続的な年金運営を扱った。現実の年金は、労働者の長期勤続を前提に運営されているため、このアプローチは重要である。

導かれる最適運営政策は、年金支払までの期間が長いほど運用リスクをとり、それに応じて掛金は抑制するものとなる。本稿は、将来の掛金が調整可能であることから、簡単なモデルを用いてこうした経験的に行われている結果を導いた。

また、発生債務を基準とする積立要請との関係をシミュレーションによって観察したところ、大きな積立不足は生じにくいことが確認できた。前半で小さく抑えられている発生債務に比べて、掛金は均等に拠出される傾向があるために、前倒しで資産が増えるからである。

キーワード：確定給付企業年金、掛金拠出政策、ALM問題、継続基準

1 はじめに

本稿は、確定給付企業年金の運営政策を分析するものである。将来、予め約束した金額の年金を企業が退職者に給付する確定給付企業年金は、その歴史は古く資産残高も大きい。成熟した企業においては、自己資本を越える年金資産を持つことも珍しくない。企業年金は、労働報酬契約の一部として労働者の生産性に寄与するための制度設計が論点となることが多い。それに加えて、設定後の運営政策も、その企業利益に与える影響の大きさなどから重要な経営課題となる。

具体的に企業年金の運営政策とは、企業がどの程度の掛金を拠出し事前積立を行うか、積立てた資産をどのように運用するかといった問題を指す。これは年金ALM問題とよばれ、これまで多くの研究者の関心を集めてきた。

この問題に対する一つのアプローチは、掛金戦略は議論せずに、現存する年金資産に関して最適ポートフォ

* 本稿を作成するにあたって、匿名のレフェリーからのコメントによって負の掛け金の位置づけ、および数学的な取り扱いが整理されました。また、浅野幸弘先生（横浜国立大学）からは企業価値の考え方に関して、小林孝雄先生（東京大学）からは第179回MPTフォーラムにおいて目的関数の定式化に関して、有益なコメントを頂きました。それぞれに関しまして感謝する次第です。いうまでもなく、残された誤りは全て筆者の責任に帰すものです。

[†] 中央三井アセット信託銀行 パッシブクオンツ運用部 105-8574 東京都港区芝3-23-1 E-mail: Kozo-Omori@chuomitsui.jp

[‡] 早稲田大学大学院 ファイナンス研究科 103-0027 東京都中央区日本橋1-4-1 E-mail: y-yonezawa@nifty.com

リオを求めるものである。この場合の年金給付は、退職後に支払われる給付全額でなく、労働者の過去勤務実績に対応した給付部分である発生債務とされる。これは、積立てられている資産は、労働者給与の一部を年金として後払いにした分の支払に充てると考えられるからである。欧米の年金制度では、将来勤務に対する年金給付は母体企業の裁量によって変更可能であって企業の債務とは言えないので、発生債務を負債として最適ポートフォリオの選択のみに注目した問題設定は自然と思われる。

このような最適ポートフォリオ問題の基本的な示唆は、負債の現在価値に対応する資産を保有し、それを超過する資産で効率的なリスク資産投資を行うというものである。すなわち、負債に比べて資産が積立超過であることが前提である。よって、長期にわたり継続的に掛金を拠出し、積立不足も積立超過も頻繁に起こり得る企業年金のモデルとしては、限定的といわざるを得ない。

これに対して求められるものは、最適ポートフォリオ問題に掛金拠出戦略も加えた年金運営のモデルとなる。これは、ある時点での負債と資産に限定した発生債務を運用目標とするアプローチに対し、将来発生する年金債務と掛金を考えた継続基準の年金運営といえる。企業が確定給付企業年金を設ける理由の一つに、労働者の長期勤続を促して企業特殊的能力習得による生産性向上分をレントとして得ることがある (Ippolito(1985))。継続基準の年金運営は、こうした企業年金の目的とも整合的である。

また、確定給付年金はその名のとおり給付額は決まっているから、逆にいえば、掛金拠出については年金を運営する企業の裁量があることが特徴である。現実には掛金は年金財政管理制度によって決まるので全く自由な裁量があるわけではないが、掛金を固定したら、それは確定拠出年金である。このような点からも、掛金拠出戦略を確定給付年金の分析に含むことは有意義であろう。

そこで本稿では、将来のある一時点に固定額の年金支払を設定し、母体の掛金損失を最小化する掛金拠出戦略と運用戦略を同時に考察する。負債を一時点の支払とするのは、企業年金は事前に支払原資を積立てる財政方式なので、支払時点までの期間の長さが運営に与える影響に関心があるためである。結果、支払期日が遠いほど運用リスク(市場リスク)を大きくとり、掛金は抑制されるという経験的に行われていることが示される。

このような市場リスクと運用期間の関係は、先述の発生債務を負債とする議論では間接的なものに留まる。それらでは、負債の現在価値と等価の資産を持つことが要求されるので、残る運用期間が運用リスクに与える影響は負債の割引率の大きさとして現れるのみである。よって、運用資産が金利と同程度に成長した場合には、運用リスクは時間がたっても大きくは変わらない。一方で、本稿では、資産が成長しても残る期間が少なくなるにつれて運用リスクが減っていくことが示される。本稿の結果は将来の掛金に裁量があることに依拠しており、こうした要因に注目した年金運営政策の主張はこれまでなされていないと思われる。

本稿の分析は、実務的に重要である。発生債務を意識して年金を運営する場合には、母体企業の債務不履行の可能性が前提となっている。近年、年金債権者としての労働者の保護を目的に、特に欧米で年金債務評価の厳格化が行われているのは、そのためである。ところで、母体企業による債務不履行が可能と考えると、そこから得られる最適運用政策は、オプション価値の最大化として運用リスクをできるだけ大きくすることとなる。しかし、現実にはそのような行動は見られない。ということは、おそらく現実の企業は債務不履行による年金支払踏倒しのオプション価値は重視していない。むしろ継続することを前提として、掛金損失の最小化を目的としていると考えるべきである。それならば、途中時点における発生債務ではなく年金給付全額を目標として、本稿のように将来掛金も併せて運営を考えることが必要である。

本稿のアプローチは日本においてより適合する。というのは、欧米では母体企業の裁量によって決めることができる将来分の給付についても、日本では労使間の再交渉が求められる。一方で、過去の勤務に対応する債務についても再交渉が可能である。このように日本においては、過去分と将来分の区別が緩く、将来支払われる年金給付額そのものが企業が労働者に約束した給付として意識されるのである。そのため、将来の掛金戦略も考慮した年金運営がより求められる。

主な先行研究は以下のとおりである。まず発生債務を負債とした最適ポートフォリオ問題としての古典的なものは、平均分散基準によるポートフォリオ選択モデルを、負債も含める形に拡張したものである (Sharpe

and Tint(1990)). 多くの場合, 年金の負債は債券のポートフォリオとして表現されるので, そのリスクの主要な指標であるデュレーションの管理が注目される. そのため, 資産配分に加えて債券ポートフォリオのデュレーションも最適化プロセスに含むアイデアが報告されている (Leibowitz et al.(1996), 米澤 and 大森(2002)).

これらは1期間のモデルであるが, 多期間の最適ポートフォリオ選択問題としての分析も多い. 長期投資家の戦略的アセットアロケーション問題は, 60年代からファイナンス研究の中心的研究テーマの一つであるが, 近年, 解法技術の発展やリターンの予測可能性が認知されたことなどから, 再び注目されるようになってきた (Campbell and Viceira(2002)). そこに将来の支払を設定して解けば, 年金資金の運用政策が得られる.

多期間の最適ポートフォリオ問題としての年金 ALM の分析には, 以下のような報告が挙げられる. 桂(2004)は, 将来の給付がジャンププロセスに従う場合の最適ポートフォリオを導出している. Sundaresan and Zapatero(1997)は, 運用政策と労働者の退職が関連しうることを示した拡張の一つである. また, 内山(2005)は, 年金負債変動は市場にて完全にはヘッジできないことに注目した分析を行っている.

掛金戦略を同時に考慮するアプローチでの研究は, 70年代から行われている. 企業価値を基準とする標準的な議論では, 年金積立資産の収益が給付時まで非課税となる税効果と, 母体企業の有限責任性から生じるオプション価値が注目された. そこでは, 企業の状態によって望ましい運営政策は異なるが, 最適政策は積立と運用のいずれについても可能な戦略のうちの端点となることがその特徴として得られた (Harrison and Sharpe(1983)). ただし, 現実にこうした戦略は見られない.

より現実的な説得力を持つものは, 掛金や資産に関する効用を考え, 掛金抛出と運用政策を多期間最適化問題において同時に検討するものであろう. この問題は, 一般的な多期間の最適消費/投資問題に関する多くの先行研究の成果を応用することができると考えられるが, 負債を考慮し掛金を求めるものは少ない. わずかに, Boulier et al.(1995)が掛金の損失としての評価を2次関数として, Siegmann and Lucas(1999)がベキ関数および指数関数として, 最適な掛金抛出と運用政策を得ている. ただし, これらの負債は定率で成長する連続的な支払であり, 賦課方式をとる公的年金では適切と思われるものの, 事前積立の企業年金のモデルとしては不十分である. Detemple and Rindisbacher(2007)は, 資産と負債に関してより一般的な設定で分析している. 彼らのモデルは複雑であり本稿モデルも特殊な設定としては含むものであるが, 最適解を得ることが主な目的であり, 戦略の性質に関して特段の分析はなされていない. また, 予め定めた掛金から乖離しないことを年金運営の目的とする報告は多い (Haberman and Sung(1994), Josa-Fombellida and Rincón-Zapatero(2001)(2004)) が, これらは本稿と問題意識が異なる.

以下, 次章にて最適戦略およびその性質を議論する. 3章は発生債務との関係を見る. 本稿の示唆は, 発生債務を基準とする積立要請と必ずしも揃うものではないから, 両者の関係を分析するのである. 4章が結語である.

2 母体企業の最適年金運営政策

ここでは, モデルを用いて最適運営政策を示し, その性質を明らかにする. まず, モデルの設定は次のとおりである.

$t = 0, 1, 2, \dots, T$ の $T + 1$ 時点, T 期間を考える. t は時点を表す. 母体企業が年金制度を設置し, $t = T$ で年金制度から労働者に年金 P が支払われる. 各 t において, 母体は年金制度へ抛出する掛金 c_t と運用戦略 x_t を決定する. 各期の掛金抛出前の年金資産を A_t とし, 母体はデフォルトせず, 掛金額に制約はないとする.

掛金が抛出された後の $A_t + c_t$ は, 運用戦略 x_t に従って無リスク資産とリスク資産で $t + 1$ 時点まで運用される. 運用戦略 x_t は, t 時点において掛金抛出後にリスク資産へ投資する金額を表すこととする. 無リスク資産の(粗)収益率は $r (> 1)$ で一定であり, リスク資産の収益率は $r + s$ とする. s は超過リターンで確率変数であり, 各期独立で一定の正規分布に従い $s \sim N(\mu, \sigma^2)$ とする. よって s は各期で異なるが, 時点の区別は

省略して表記する。

年金掛金は、損失関数によって評価されるとする。損失関数は、時間に関して一定で凸の増加関数 $L(c)$ と時間に関する割引率 ρ にて評価されたものとする。すなわち、掛金 c_t の損失としての評価は、0 時点では、 $\rho^t L(c_t)$ とする^{*1}。これは、多くの先行研究において、企業がリスク回避的の効用を持つとして定式化されていることに対応するが、注意が必要である。それは、運用リスクを負担する企業は、個人と異なり自明にリスク回避的であるとはいえないからである。この点については、次節にて検討する。

以上の設定により、年金の運営問題とは、期待掛金損失を最小にする、各期初 ($t = 0 \sim T - 1$) と年金支払時 ($t = T$) にて拠出する掛金 c_t と各期初での運用戦略 x_t を求めることである。0 時点で掛金拠出前には年金資産は保有していないとすると、解くべき問題は、

$$\begin{aligned} \min_{c_0, \dots, c_T, x_0, \dots, x_{T-1}} & L(c_0) + E \left[\sum_{t=1}^T \rho^t L(c_t) \right] \\ \text{subject to} & A_t = r(A_{t-1} + c_{t-1}) + x_{t-1}s, t = 1, \dots, T \\ & c_T = P - A_T \\ & A_0 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

となる。以下では、損失関数を特定し動的計画法にて解を得る。

2.1 目的関数の検討

一般的に企業経営の目的は時価最大化であるが、市場に裁定機会がなければ、年金制度へ何時掛金を拠出しようがそれをどのような戦略で市場運用しようが事前的な企業価値には影響しない。年金の運営政策によって企業価値が増えるということは、掛金流列 c_t ($t = 0, \dots, T$) の 0 時点における時価が Pr^{-T} 未満になるということである。しかし、市場でそのような戦略が可能になるためには裁定機会が存在しなくてはならない。つまり、時価最大化では企業年金の運営政策は取り扱えない^{*2}。そこで、本稿ではリスク回避的な経営者を考え、目的関数として、以下のように凸の増加関数である掛金の損失評価関数を設定する。

経営者報酬の大きな部分は、年度毎の企業利益に連動していると考えられるであろう。すなわち、リスク回避的な経営者には、期間利益を大きくすると同時に安定化させる誘引がある。よって、期間費用を少なくかつ安定させることが目的となるが、企業経営者は年金運営の責任者でもあり年金掛金は費用なので、その目的は年金掛金に関する凸の損失関数の期待値最小化として表現できる。

本稿モデルでは、年金負債に比べて企業価値はデフォルトが起こりえないくらい十分に大きいとしているので、掛金の変動は事後的にも企業価値に比較して小さなものである。それでも、毎期の利益は当該事業年度に利益として認識できる企業価値の一部に限られているから、利益に対する掛金の影響は小さくない。よって、掛金が企業価値に大きな影響を持たなくても、年度利益の管理として掛金額の最小化と安定化を目的とするとは肯定できる。また同時に、企業価値が十分大きいことは、掛金に上限を設けないことも整合的である。

経営者による *income smoothing* は、企業会計分野では頻繁に言及される論点である。コーポレートファイナンスでも、市場と企業の情報非対称性からの説明が行われているし (Tirole(2006) の 7 章)、その要因となる会計利益と連動した経営者報酬を積極的に主張する分析もある (Kim and Suh(1993))。経営者報酬の期間利益への連動を根拠に年金掛金の最小化と安定化を運営目的とすることは、許容可能な想定であろう^{*3}。

*1 掛金評価には、年金の税効果も含まれていると考える。すなわち、年金資金の運用収益の課税先送り効果などは明示的には議論しない。また、掛金評価は企業の状態により、企業の状態は前期までの資金配分に依存するから、 $L(c)$ は時点に依存しかつ経路依存性があるとも考えられる。しかし、本稿では取扱を簡単にするために一定の $L(c)$ を仮定する。

*2 ただし、企業の産む収益の全てを市場化できないことに注目したアプローチ (Tirole(2006) の 5 章や 15 章) などでは、手許流動性の管理問題として年金運営と企業価値は関連を持ち得る。

*3 現実の確定給付年金においては、運用成果によって年金給付額が調整され得るし、企業利益が小さくなれば給与が抑えられること

このように企業利益との関連において掛金を考えると、掛金を非負に限定することは望ましくない。負の掛金とは、年金資産の回収を意味する。企業年金の制度上は、年金資産は排他的に年金給付のみに用いるとされ母体企業が取り戻すことは許されていないから、掛金の下限を設けて年金資産回収を禁じるとの設定はできるかもしれない。

しかし、現実の企業年金では負債 P は複数時点に存在するから、ある時点の給付に対する積立超過は他の時点の支払に用いることができる。よって、継続的な年金運営においては、積立超過分は掛金を節約することで実質的に母体が利益として回収できるのであり、本稿のように掛金政策の最適化を検討するには負の掛金を扱う必要がある。

負の掛金を適切に取り扱っている先行研究は少ない。Siegmann and Lucas(1999) では予め掛金は正とされており、Boulier et al.(1995) では2次関数で掛金損失を評価しているの、負の掛金は正の掛金と同様の損失となってしまう。そのため、積立超過を避けるような結果になってしまっている。現実的に年金資産引出しの制限や税金の効果などから積立超過分がそのまま母体企業の益とはならないものの、損失とまでするのは不適切であろう。

掛金に制約をおかないことは、次のような年金運営におけるオプション性を生じさせない利点もある。年金制度からの資産の回収が禁じられているとすると、母体が積立不足時にのみ掛金を負担するというオプション性が生じる。また、年金運営に関するオプションは、母体のデフォルトによる債務不履行によっても生じる。このようなオプション性は古くから指摘されているが、現実の年金運営においてこうしたオプション価値を考慮したような行動や意見は見られない。それよりも、注目されるのは掛金損失である。掛金に制約を設けないことで、オプション性が生じる設定を避けることができる。

以上より、本稿では掛金損失評価関数として、 $L(c) = e^{\alpha c}$ とする。指数関数であれば、掛金の定義域に制約はなく、掛金の最小化と安定化を目的とすることが表現できる。さらに、解析的な取り扱いが容易である。

2.2 最適戦略と運用期間の影響

ここでは以上の設定に基づき、年金の最適運営戦略とその特性を明らかにする。まず、最適戦略を得るためには、 $t-1 \sim t$ に注目した問題を考え、Bellman の最大値原理を用いる。 A_t に依存する t 時点以降の c_t, \dots, c_T に関する掛金損失期待値を $\psi_t(A_t)$ とすれば、 $t-1$ 時点での意思決定は、

$$\begin{aligned} \min_{c_{t-1}, x_{t-1}} \quad & \psi_{t-1}(A_{t-1}) = e^{\alpha c_{t-1}} + \rho E[\psi_t(A_t)] \\ \text{subject to} \quad & A_t = r(A_{t-1} + c_{t-1}) + x_{t-1}s \end{aligned} \quad (2)$$

を解くことである。この問題の解から ψ_{t-1} と ψ_t に関する漸化式が得られるから、それを解いて一般的な t における解を得る。それは、次のようになる。

■命題 1: 各期の掛金損失関数が $L(c) = e^{\alpha c}$ と表される時、期待掛金損失を最小とするリスク資産投資額および掛金額は、次のようになる。

$$x_t = \frac{r(r^{T-t} - 1)}{(r-1)r^{T-t}} \frac{\mu}{\alpha\sigma^2}, \quad t = 0, \dots, T-1 \quad (3)$$

$$c_t = \frac{r-1}{r^{T-t+1} - 1} \left(P - r^{T-t} A_t - \frac{r^{T-t+1} - (T-t+1)r + T-t}{\alpha(r-1)^2} \left(\frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \log r\rho \right) \right), \quad t = 0, \dots, T \quad (4)$$

もある。このように、従業員も一部運用リスクを負っているから、従業員の効用関数を想定しても本稿の目的関数は支持できる。

なお、年金の運用政策を議論する際に、将来の給付も掛金も所与として、年金資産に関するリスク回避の効用を持つ企業年金制度自身が、期待効用を最大化することを目的として年金を運営するとの想定も見られる。しかし、年金制度そのものはリスクを負担することもなければ消費を行うわけでもないから、浅野(1996)が指摘するとおり、そのような想定は受け入れ難い。

証明: 補論を参照のこと.

リスク資産への投資額は資産額に依存しない. これは, 指数型の効用を持つ投資家は, 選択するリスク資産への投資額が保有する資産額に依存しないことに対応している. また, 掛金は未積立額 $(P - r^{T-t}A_t)$ が大きいほど大きい. これらは, 負債が一定比率で成長する給付の流列であるとして解いた Siegmund and Lucas(1999) と同様の性質である. このように最適解は, 負債が一定比率で成長する給付の流列であるとした場合の解の性質を一部保存している. 加えて本稿のモデルでは, 支払までの期間 $(T - t)$ の影響が明示的に現れている.

まず, リスク資産投資額について考える. (3) は,

$$x_t = \left(1 + \frac{1}{r} + \cdots + \frac{1}{r^{T-t-1}}\right) \frac{\mu}{\alpha\sigma^2} \quad (5)$$

と書き換えることができる. 指数損失関数は負号をつけると効用関数と同じ形になるが, そのように見た場合のリスク回避度が α である. (5) からは, t 時点においては, リスク回避度が $\frac{\alpha}{1+r^{-1}+\cdots+r^{-(T-t-1)}}$ と小さくなっているとの解釈が可能である. t 期の運用リスクは将来の長い期間 $(t+1 \sim T)$ の掛金で償却されるから, 一時点の掛金でその変動を負担する場合に比べて, 大きな変動に耐えうるのである. この結果, 支払いまでの期間が遠いほど, 運用リスクは大きくなっている.

このことをより明確に示すために, 時点 0 からある途中の時点 $m \in \{1, \dots, T-1\}$ までは掛金が \hat{c} で予め決められている状況を考察しよう. $t \in \{m+1, \dots, T\}$ での戦略はこれまでと同じであるから, $t \in \{0, \dots, m\}$ における運用戦略を考える. この時, 最適運用戦略は次のようになる.

■補題 1: ある $m \in \{1, \dots, T-1\}$ に関して, $c_0 = \dots = c_m = \hat{c}$ と掛金が決められている時, $t \in \{0, \dots, m\}$ における最適運用戦略は次のようになる.

$$x_t = \frac{r(r^{T-m} - 1)}{(r-1)r^{T-t}} \frac{\mu}{\alpha\sigma^2} \quad (6)$$

証明: 補論を参照のこと.

これらから, 時間に応じたリスク資産投資額の変化に関して次が言える.

■命題 2: ある $m \in \{1, \dots, T-1\}$ に関して, $c_0 = \dots = c_m = \hat{c}$ と掛金が決められているとする. リスク資産投資額の変化を $\frac{x_t}{x_{t-1}} = \phi_t$ とすると,

$$\begin{cases} \phi_t = r & \text{if } 0 \leq t \leq m-1, \\ \phi_t < 1 & \text{if } m \leq t \leq T-1, \end{cases}$$

である.

証明: 命題 1 及び補題 1 より ϕ_t を求めることにより, 容易に確かめられる.

このように, 掛金に裁量がない場合とあった場合で, 運用戦略の特徴が明確に異なることがわかる. 掛金に裁量がある場合とは逆に, 裁量がないと, 先述のリスク回避度の逆数と解釈できる (6) の $\frac{\mu}{\alpha\sigma^2}$ 以外の部分が時間 t と共に大きくなっていくので, リスク資産運用額は大きくなる.

続いて, 掛金に関する性質をみてみよう. 資産運用の効果などを考えるために, 基準となる掛金として, リスク資産運用は行わず掛金評価の時間による割引が金利に等しい ($\rho = r^{-1}$) 時の望ましい掛金を考える. それは毎期の一定額の掛金を抛出し, T 時点における価値が丁度 P になるようにすればよいから,

$$\bar{c}_t = \frac{1}{1+r+\cdots+r^{T-t}}(P - r^{T-t}A_t) = \frac{r-1}{r^{T-t+1}-1}(P - r^{T-t}A_t) \quad (7)$$

である. この \bar{c}_t に対して, 次のようなことがわかる.

■命題 3: リスク資産運用をせず損失評価の時間による割引が r^{-1} に等しい場合の掛金 \bar{c}_t に比べて、 $r\rho < e^{\frac{\mu^2}{2\sigma^2}}$ であれば、掛金 c_t を小さくする。

証明: 補論を参照のこと。

命題 3 の結果を理解するために、単純な設定として、まず、資産運用を安全資産に限る、またはリスクプレミアムは期待することができない ($\mu = 0$) としてみる。この時は、掛金が小さくなるには $r\rho < 1$ であればよい。これは $\rho < r^{-1}$ であり、将来の掛金評価が金利で割引かれる以上に小さいということである。そのため、現状の掛金を抑える。ただし、この結果は特に運用との関連はない。

次に、 $\rho = r^{-1}$ として、時間選好率の効果が無いとしてみる。この時は、 $\mu \neq 0$ であれば掛金が小さくなる。リスク資産運用によってリスクプレミアム獲得が期待できるならば、 \bar{c}_t よりも掛金を抑えることが望ましい*4。一般に、均等な消費が好まれる傾向は $\rho \approx r^{-1}$ を示しているし、 $\mu > 0$ であるから、命題 3 の要求は満たされているだろう。つまり、掛金は \bar{c}_t よりも小さい。

一般に、運用する資産額とリスクテイクの関係は、リスク回避度によって特徴付けられる。分かりやすい特殊例が指数効用であり、リスク資産投資額が資産額に関して一定との特徴を持っている。指数損失関数も同様の特徴を持っており、リスク資産投資額は資産額に依存しない。それでも、掛金に裁量があれば、先述のとおり年金支払までの期間が短くなるとリスク資産投資額は減少する。

多くの先行研究が見つかる発生負債を運用目標として最適ポートフォリオを求めるアプローチでは、運用リスクと残る運用期間の関係は異なる。CPPI (Constant Proportion Portfolio Insurance, Black and Perold(1992)) がその典型であるが、CPPI ではリスク資産投資額は負債の時価を超える積立超過額に比例している。そのため、資産額と給付額がそれぞれ似ている複数の年金制度を比較すれば、給付時点が先であるものほど積立超過額が大きいからリスク資産投資額が大きくなる。しかし、一つの年金制度に注目し時系列的な変化を見た場合は、たまたま継続的に積立超過額が時間の経過につれて小さくなった場合を除いて、リスク資産投資額が運用期間が短くなるほどリスク資産投資額が少なくなるということはない。

このように、本稿モデルの運用戦略には、最終期の資産額だけを考慮する場合には現れない、また時間の経過によって変化する資産額の影響とは別の、年金支払までの期間とリスク資産投資額の関係が現れているといえる。将来の掛金が決まっていないという確定給付年金の特徴が、この結果をもたらしている。

リスクを引き受ける基準が掛金に裁量があることによって変化するとの結果は、労働所得に裁量があるかどうかによって運用リスクが変化するとの指摘 (Bodie and Samuelson(1989), Bodie et al.(1992)) に近い。資産と等価なものの配分に裁量があれば、それはある種の保険としてリスクを引き受ける余力にカウントされるのである。

なお、掛金の裁量はその抛出機会が多いほど多いことになるから、そのサイクルには注意が必要である。すなわち、掛金抛出サイクルを変えると、リスク選好も変わってしまうことになる。そのため、サイクルを扱うには、単位期間あたりの掛金を評価する損失関数とし、目的関数はその評価に時間間隔を掛けて合計するようにモデルを変更することが必要である。サイクルの間隔を Δ として、目的関数を

$$\min E \left[\sum_n \rho^{t\Delta} L\left(\frac{c_t}{\Delta}\right) \Delta \right]$$

とするのである。連続アプローチをとる多くの先行研究をみれば、 $\Delta \rightarrow 0$ とした定式化になっている。本稿のモデルもこのような変形を行い $\Delta \rightarrow 0$ とすることによって、

$$x_t = \frac{\mu(r^{T-t} - 1)}{r^{T-t}\alpha\sigma^2 \log r} \quad (8)$$

*4 当然ではあるが、事後的な掛金損失がリスク資産運用によって抑えられるとは限らない。運用パフォーマンスが悪ければ、安全資産運用を行った場合よりも大きな損失となる。本稿の結果は、年金資産 A_t を所与として t 時点の掛金が小さいということである。

が得られる。ただし、(8)によれば支払までの期間が長いほど運用リスクが大きいとの示唆は変わらないので、本稿では扱いの容易な離散的な定式化をとった*5。

さて、企業年金の現実の運営では、リスク資産運用及びそれを前提に掛金を無リスク資産運用によるものよりも圧縮することは、経験則として行われている。また、給付までの期間が長い若い企業年金では運用リスクを多くとることも、経験的に行われていることである。例えば、給付と掛金の比として定義される成熟度が低ければ運用リスクが大きくなる、などと言われる。しかし、成熟度はキャッシュフローのバランスであって、流動性のある資産に投資している限りそれだけでは特に運用戦略に示唆はないはずである。ただし、成熟度は年金支払いまでの平均的な期間の目処とみることができ、それならば、本稿の結果からは、成熟度を基準にしたリスク資産投資戦略は肯定できる。

また、年金財政管理制度においては、将来の給付をリスクプレミアムを含めた割引率で割引いて現在価値を求めたり、負債時価変動の認識を遅延させるなど、特殊な計算方法がとられている。年金資金のリスク資産投資は、こうした計算方法がリスクの認識を誤らせているためとする指摘があり (Gold(2000))、その指摘は市場の企業評価にバイアスが生じているとの報告 (Coronado and Sharpe(2003)) から実証されている。本稿は年金のリスク資産投資を主張しているが、根拠はリスク認識の錯誤ではない。

これまで、企業年金運営の経験則に、積極的な理論的支持は与えられていないように思われる。特に、年金給付までの期間を考慮した戦略を考察するには、年金給付を将来の特定の時点とする必要がある。Siegmann and Lucas(1999) のような連続的な支払いとしての年金給付では、期間の効果は現れない。年金負債を一時点の支払いとすると同時に将来の掛金を考えることによって、本稿の結果は、企業年金の経験則と整合的なものとなっている。

3 年金積立要請

これまでの結果は、支払が遠い将来であれば積立は少なく運用リスクは大きなことを示していた。しかし、母体のデフォルトが意識される企業年金では、母体デフォルト時の受給権保護のために、十分な積立と慎重な運用政策が法令などにより要請されている。よって、ここまでの結果と積立要請の関係を確認する必要がある。

受給権保護が求められるのは、労働者が個人的に企業に対して債権保全を行うことが難しいためと考えられるが、保護すべき労働者の債権額については多様な解釈がなされている。それらのうち、経済的に支持できる負債額を、暗黙的な長期勤続契約に基づくものとして Ippolito(1985) が示している。

Ippolito(1985) は、給与の一部を後払いとし、労働者が早期退職すると後払い分の給与の一部が削減される契約を企業年金のモデルとして考えた。この契約の下では、労働者は長期間勤続し、企業はそうした労働者が身に付ける企業特殊的能力からのレントを得ることができる。この時、 t 期間の勤続を終えた労働者が、後払い報酬として持つ労働債権額が企業の負債額である。これを、 PBO_t とする。

PBO_t を算出するためには、給与及び後払い契約を特定する必要があるが、ここでも Ippolito(1985) に倣って給与の定率成長を考え、実証的にも支持される固定的な掛金率を仮定すると、

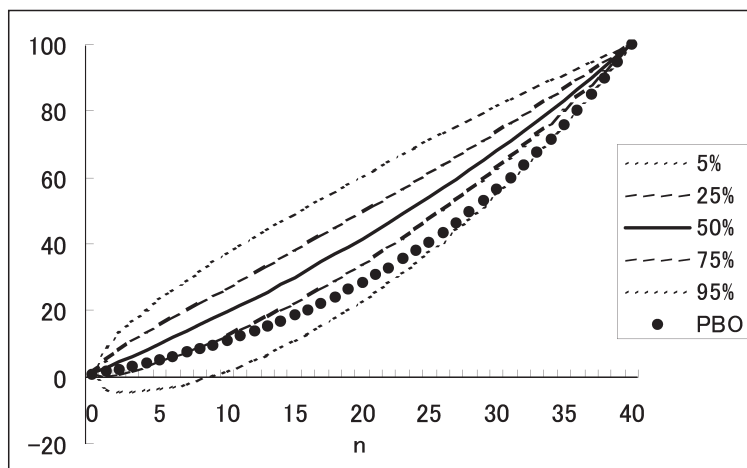
$$PBO_t = \frac{(t+1)P}{(T+1)r^{T-t}} \quad (9)$$

となる*6。

この PBO_t は、 P を定年退職時の年金受給権の価値とすれば、勤務期間按分で計算された PBO (Projected Benefit Obligation, 予想給付債務) と同じ表現になっている。PBO は退職給付会計において年金債務とされており、実務的にも関心が高いものである。よって以降では、経済的意義と会計的重要性から PBO_t を積立

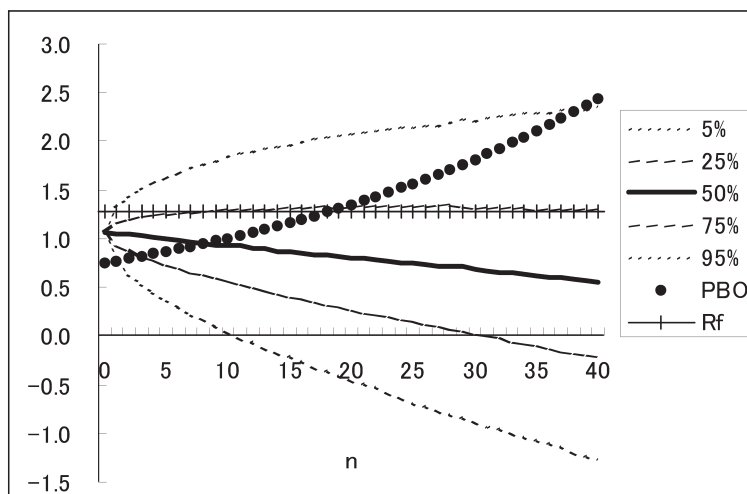
*5 さらに、(8)で $T \rightarrow \infty$ とすれば、Siegmann and Lucas(1999) と同じ結果となる。

*6 分母分子の期間に 1 が加えられているのは、本稿モデルの掛金支払時点と給与発生時点を揃えるため、勤務は $t = -1$ から始まり、 $t = 0$ で最初の賃金と受給権が発生するとしているからである。



制度の設定は、 $T = 40, P = 100, \rho = 1/1.03, \alpha = 0.87$ 、市場の設定は、 $r = 1.03, \mu = 0.03, \sigma = 0.2$ である。シミュレーション回数は 10000 回。各 % の曲線はパーセンタイルを示す。PBO は、発生債務 PBO_t である。

図 1 年金資産額の分布と時間の推移



設定は、図 1 と同じ。各 % の曲線はパーセンタイルを示す。PBO は、安全資産運用によって年金資産を発生債務 PBO_t と等しくするための掛金。Rf は、リスク資産運用を行わない時の最適掛金 \bar{c}_0 である。

図 2 掛金額の分布と時間の推移

要請の基準となる発生債務とする*7。また、特に断らない限り、本節での積立率や積立不足などは PBO_t を基準としたものとする。

関心があるのは、 $\mu > 0, \rho = r^{-1}$ との一般的と思われる状況における年金資産 $A_t + c_t$ と PBO_t の関係である。ただし、投資政策と掛金は過去に実現した状態に依存するので、 $A_t + c_t$ の分布を解析的に求めることは困難である。そこで、シミュレーションによって確認する。

現実的なパラメータとして、年金の掛金拠出期間は 40 期とする。これは 1 期を 1 年と想定したものである。金利とリスクプレミアムは各 3% としよう。市場リスクは 20% とする。リスク回避度を示す α に関しては、平均的なリスク資産投資比率が極端な値にならないものとして、 $\alpha = 0.87$ とした。結果が、図 1,2, 表 1 で

*7 他の重要な債務概念としては、PBO から将来の昇給分を除いた ABO (Accumulated Benefit Obligation, 累積給付債務) や最低積立基準額がある。

表1 積立率の分布と時間の推移

時点 (n)	5	10	20	30	35
5 パーセンタイル	-72%	16%	80%	98%	100%
25 パーセンタイル	87%	112%	119%	111%	106%
50 パーセンタイル	191%	177%	146%	121%	110%
75 パーセンタイル	301%	241%	174%	131%	114%
95 パーセンタイル	449%	336%	213%	145%	120%
積立不足発生率	28%	21%	12%	7%	5%

設定は、図1と同じ。

ある。

図1によって年金資産額の分布をみると、25パーセンタイルを示す曲線が PBO_t (●で示している)より上にあることから、発生債務は概ね確保されているといえる。本稿モデルによる年金運営では発生債務は考慮されていないが、多くの場合、問題とはならないようである。

これは、掛金額が、(4)のとおりリスク資産運用を行わない場合の均等となる掛金 \bar{c}_n を基準としているためである。図2には、安全資産運用にて資産額を PBO_t に一致させる場合の掛金、及び0時点から全くリスク資産運用を行わない場合の掛金である \bar{c}_0 の両者を示しているが、0時点においては \bar{c}_0 の方が大きい。掛金は、リスク資産運用に期待される収益の分だけ抑えられるが、基準が発生債務に比べて大きなものとしているから、早めに抛出する傾向がある。そのため、年金資産額は概ね PBO_t を確保できるのである。同時に、図2からは、リスク資産運用を行うことで平均的に掛金は少なくなっていることがわかる。

しかし、表1を見ると、特に $t=5, 10$ では大きな積立不足が生じうる。ただし、時間が経つにつれ積立不足は解消する。また、ここでの積立不足は率で見ているので、 PBO_t が小さい初期で特に大きな数字となっているが、図1にて PBO_t を下回る幅をみると、給付額に比べて額として極端に大きなものではない。

以上より、母体は、掛金損失を抑えることを目的に年金運営を行うものの、労働者の受給権を大きく蝕むことはないことがわかる。特に、労働者の権利が大きくなる勤務の後半においては、債権に見合う分の資産が積み上げられている。

これらの結果には、損失関数の特徴も現れている。本稿のモデルは、負の掛金を許し資産額が年金給付額を超えた部分は母体の収入として認識するものとなっているため、負の掛金がある程度の確率で生じている。これは、資産額が給付額時価に近くなっても、そのことによってリスク資産運用を減らさないからである。また、資産額と独立な運用戦略の結果、時点ごとの資産額及び掛金の分布はほぼ対称である。

近年、年金会計制度改革によって負債時価変動や運用リスクが明確に認識されるようになってきた。企業年金ではリスク資産運用とそれを前提とした掛金の抑制が従前から行われてきたが、会計制度改革によって、これまでのリスク資産投資が難しくなり、その結果、掛金が大きくなるという意見がある。

これまでの結果は、こうした見方はむしろ逆であることを示している。従来は、負債時価の認識を遅らせていたから、リスクを一部無視することができたかもしれない。しかし、事後的に大きな掛金の変動が生じて総掛金損失が増えてしまうことがあったはずである。即時認識によって負債時価を把握し適切な管理を行えば、期待掛金損失はより抑えられる。

また、本稿モデルの示唆によれば、発生債務に対する即時の積立は要請されない。母体企業のデフォルトリスクが許容可能な水準であれば、積立を先延ばしにすることで、運営母体の効用を大きくできる戦略がある。負債時価の認識と積立の要請は、同一ではないのである。このことは、年金財政管理制度において、年金が継続されていれば、積立不足であってもその償却方法に運営母体の裁量が認められていることを支持する。また、国際会計基準などで、負債時価の即時認識は行うものの、各期計上する費用は積立不足額の一部に限定してい

ることとも整合的である*8。

負債時価変動を認識することに対応して、主に欧州において、金利スワップなどの派生商品を用いて債務変動リスクをヘッジするLDI (Liability Driven Investment) と呼ばれる手法が新たな年金運用手法として紹介され、実務的に確定給付企業年金の運営を効率化させるものとして注目されている (Barton and Siegel(2007), 白杵 (2007))。

1章で触れたとおり、年金ALM問題のもう一つのアプローチは、発生債務であるこので PBO_t を運用目標とするものであり、そこでは、金利変動などによって生じる PBO_t 変動のヘッジを求めている。LDIはこの主張に沿ったものであるが、本稿の示唆とも矛盾しない。

LDIが対象とする発生債務は年金給付の一部ではあるが、従来の債務の時価をほとんど意識しない戦略に比べれば、大幅に将来掛金の変動を小さくすると考えられる。また、現実のLDIは、積極的に多様なリスク資産への投資を行っており、積立不足年金に関しても適用されている。これらは、本稿モデルがリスク資産運用を支持していること、発生債務に対する積立超過を要求していないことと合っている。

4 結語

過去から積み上げた資産に関して、発生債務を目標に運用する場合の最適ポートフォリオ問題は、CPPIはじめ多くの結果が得られている。これは、労働者の過去の勤務によって企業が負っている支払義務に注目した、‘非継続基準’の年金運営政策といえる*9。しかし、企業年金が労働者の長期勤続を前提として運営を行っていることから、将来の掛金も考慮にいった‘継続基準’の年金運営が求められている。確定給付企業年金では、運用戦略と併せて、固定された給付に対して掛金を柔軟に変更して掛金損失を最小化することが運営の目標である。その時、事前積立の企業年金で重要となるのは、年金支払までの期間の持つ意味である。

これまで行われていた継続基準の理論は、企業価値に基づいて、オプション性と税効果に注目していた。その示唆は、積立及び運用について許容された範囲内で極端なものをとるという端点解だった。しかし、このような行動は現実には見られないものである。一方、実務的に行われている、期間に応じたリスク資産運用とそれを前提とした掛金の抑制に関して、戦略の根拠は明らかにされていなかった。

これらに対して本稿では、直接的な損失である掛金の最適化アプローチをとり、簡単なモデルによって現実的行動を示した。そうした結果は、確定給付年金の名が示すとおり、抛出する掛金額には年金を運営するものの裁量があることに拠っている。

この継続基準の年金運営は、非継続基準の戦略とは直接には結びつかない。そのため、シミュレーションによって非継続基準の要求を観察したところ、継続基準の戦略でも大きな問題は生じないことが確認できた。勤務期間の前半で小さく抑えられている発生債務に比べて、掛金は均等に抛出されるために、前倒しで資産が増える傾向を持つからである。

ただし、先行研究において金利や賃金の変動などに拡張して興味深い結果の得られている非継続基準の年金運営政策と、本稿によって示されたような継続基準の政策を統合することができているわけではない。年金運営理論に残された課題は少なくないが、二つの基準の統合は残された大きなものの一つであろう。

*8 ただし、会計上の費用と掛金とは異なる。また、現在、さらなる会計基準の変革が進められている。

*9 将来掛金を考慮しないという意味であり、年金数理計算で行われる特定の計算方法を指しているのではない。また、年金を直ぐに解散または凍結することを前提としているわけでもない。

付録 A 補論

A.1 命題 1 の証明

まず、1 期間の問題 ($t = 0, 1$, ただし 0 時点にて年金資産 A_0 があるとする) を解き ψ_0, c_0, x_0 を得る。続いて一般の t に関して解く。一期間に関する問題は、

$$\begin{aligned} \min_{c_0, c_1, x_0} \quad & \psi_0 = e^{\alpha c_0} + \rho E[e^{\alpha c_1}] \\ \text{subject to} \quad & A_1 = r(A_0 + c_0) + x_0 s \\ & c_1 = P - A_1 \end{aligned}$$

である。目的関数に制約を代入し、 x_0, c_0 で微分して 0 とすることにより、

$$x_0^* = \frac{\mu}{\alpha \sigma^2} \tag{10}$$

$$c_0^* = \frac{1}{1+r} \left(P - rA_0 - \frac{\mu^2}{2\alpha\sigma^2} + \frac{1}{\alpha} \log r\rho \right) = \frac{1}{1+r} \left(P - rA_0 - \frac{1}{\alpha} I \right) \tag{11}$$

を得る。ここで、 $I = \frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \log r\rho$ とおいている。

続いて一般的な $t-1 \sim t$ (ただし、 $1 \leq t \leq T-1$) の問題 (2) を考える。今、

$$\psi_t(A_t) = Y_t e^{Z_t(P-r^{T-t}A_t-W_tI)} \tag{12}$$

との形であったとしよう。すると、

$$\begin{aligned} \psi_{t-1}(A_{t-1}) &= e^{\alpha c_{t-1}} + \rho E \left[Y_t e^{Z_t \{ P - r^{T-t}(r(A_{t-1}+c_{t-1})+x_{t-1}s) - W_t I \}} \right] \\ &= e^{\alpha c_{t-1}} + \rho Y_t e^{Z_t(P-W_tI)} e^{-r^{T-t}Z_t(r(A_{t-1}+c_{t-1})+x_{t-1}\mu) + \frac{1}{2}(r^{T-t}Z_t x_{t-1})^2 \sigma^2} \end{aligned} \tag{13}$$

であるから、

$$x_{t-1} = \frac{\mu}{r^{T-t}Z_t\sigma^2} \tag{14}$$

である。これを ψ_{t-1} に代入すると、

$$\psi_{t-1}(A_{t-1}) = e^{\alpha c_{t-1}} + \frac{Y_t}{r} e^{Z_t(P-r^{T-t+1}A_{t-1}-(W_t+\frac{1}{Z_t})I)} e^{-r^{T-t+1}Z_t c_{t-1}} \tag{15}$$

となる。 c_{t-1} に関して微分して 0 とすると、

$$c_{t-1} = \frac{1}{r^{T-t+1}Z_t + \alpha} \left\{ \log \left(\frac{r^{T-t}Y_t Z_t}{\alpha} \right) + Z_t \left(P - r^{T-t+1}A_{t-1} - (W_t + \frac{1}{Z_t})I \right) \right\} \tag{16}$$

を得る。これを (15) に代入すると、

$$\begin{aligned} \psi_{t-1}(A_{t-1}) &= \left(\frac{r^{T-t}Y_t Z_t}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{r^{T-t+1}Z_t + \alpha}} \frac{\alpha + r^{T-t+1}Z_t}{r^{T-t+1}Z_t} \\ &\quad \cdot e^{\frac{\alpha}{r^{T-t+1}Z_t + \alpha} Z_t (P - r^{T-t+1}A_{t-1} - (W_t + \frac{1}{Z_t})I)} \end{aligned} \tag{17}$$

となる。以上より、

$$Y_{t-1} = \frac{\alpha + r^{T-t+1}Z_t}{r^{T-t+1}Z_t} \left(\frac{r^{T-t}Y_t Z_t}{\alpha} \right)^{\frac{\alpha}{r^{T-t+1}Z_t + \alpha}} \tag{18}$$

$$Z_{t-1} = \frac{\alpha}{r^{T-t+1}Z_t + \alpha} Z_t \tag{19}$$

$$W_{t-1} = W_t + \frac{1}{Z_t} \tag{20}$$

が得られる。ここで、

$$Y_t = \frac{1+r+\dots+r^{T-t}}{r^{T-t}} = \frac{r^{T-t+1}-1}{(r-1)r^{T-t}} \quad (21)$$

$$Z_t = \frac{\alpha}{1+r+\dots+r^{T-t}} = \frac{\alpha(r-1)}{r^{T-t+1}-1} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} W_t &= \frac{1}{\alpha} \sum_{t=0}^{T-t-1} \sum_{u=0}^t r^u = \frac{1}{\alpha} \sum_{u=0}^{T-t-1} (T-t-u)r^u \\ &= \frac{1}{\alpha(r-1)} \left(\frac{r(r^{T-t}-1)}{r-1} - (T-t) \right) \\ &= \frac{r^{T-t+1} - (T-t+1)r + T-t}{\alpha(r-1)^2} \end{aligned} \quad (23)$$

は(18)(19)(20)を満たすので、これらを代入して、(3)(4)の表現を得る。(10)(11)より $t = T-1$ で(3)(4)は成立っているので $0 \leq t \leq T-1$ において(3)(4)が最適解であり、 c_T に関しても(4)の表現は成立しているから、命題1を導くことができた。

A.2 補題1の証明

まず、 $t = m$ における価値関数 $\psi_m(A_m)$ を求める。命題1の証明で得られた $t = m+1$ での価値関数を用いて、

$$\begin{aligned} \min_{x_m} \quad & \psi_m = e^{\alpha c} + E[\rho \psi_{m+1}(A_{m+1})] \\ \text{subject to} \quad & A_{m+1} = (A_m + \hat{c})r + x_m s \end{aligned} \quad (24)$$

を解けばよい。制約を代入して一階条件より、 $x_m = \frac{\mu}{r^{T-m} Z_{m+1} \sigma^2}$ が得られるので、

$$\psi_m = e^{\alpha c} + \frac{Y_{m+1}}{r} e^{Z_{m+1}(P-r^{T-m}(A_m+\hat{c})-W_{m+1}I)-I} \quad (25)$$

となる。

続いて、 $t \in \{0, \dots, m-1\}$ として、 $t-1$ 時点の意思決定問題、

$$\begin{aligned} \min_{x_{t-1}} \quad & \psi_{t-1}(A_{t-1}) = e^{\alpha c} + E[\rho \psi_t(A_t)] \\ \text{subject to} \quad & A_t = (A_{t-1} + \hat{c})r + x_{t-1} s \end{aligned} \quad (26)$$

を解く。今、

$$\begin{aligned} \psi_t(A_t) &= \hat{U}_t e^{\alpha \hat{c}} + \hat{Y}_t e^{Z_{m+1} \left(P - (r^{T-t} A_t + r^{T-m} (1 + \dots + r^{m-t}) \hat{c}) - W_{m+1} I \right) - (m-t+1) I} \\ \hat{U}_t &= 1 + \frac{1}{r} + \dots + \frac{1}{r^{m-t}} \end{aligned} \quad (27)$$

との形であったとする。制約を代入し x_{t-1} で微分することにより、

$$x_{t-1} = \frac{\mu}{r^{T-t} Z_{m+1} \sigma^2} \quad (28)$$

を得る。これを代入して ψ_{t-1} が、

$$\psi_{t-1}(A_{t-1}) = \hat{U}_{t-1} e^{\alpha \hat{c}} + \frac{\hat{Y}_t}{r} e^{Z_{m+1} \left(P - (r^{T-t+1} A_{t-1} + r^{T-m} (1 + \dots + r^{m-t+1}) \hat{c}) - W_{m+1} I \right) - (m-t+2) I} \quad (29)$$

となる。よって、

$$\hat{Y}_{t-1} = \frac{\hat{Y}_t}{r} \quad (30)$$

である。(27)は $t = m$ にて(25)であるので,

$$\psi_t(A_t) = \hat{U}_t e^{\alpha \hat{c}} + \frac{Y_{m+1}}{r^{m-t+1}} e^{Z_{m+1} (P - (r^{T-t} A_t + r^{T-m} (1 + \dots + r^{m-t}) \hat{c} - W_{m+1} I) - (m-t+1) I)} \quad (31)$$

と価値関数が得られる。よって、(27)の仮定が正しいものであることがわかるから、(28)の $t-1$ を t に書き改めたものが、 $t \in \{0, \dots, m\}$ における最適運用戦略である。

A.3 命題3の証明

(4)より,

$$\frac{r^{T-t+1} - (T-t+1)r + T-t}{\alpha(r-1)^2} \left(\frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \log r \rho \right) > 0 \quad (32)$$

であれば、 \bar{c}_t よりも掛金が抑えられる。ここで、()の前の部分は命題1の証明にある W_t であり正である。命題3の仮定から、 $\frac{\mu^2}{2\sigma^2} - \log r \rho > 0$ なので、(32)は成立している。

参考文献

- [1] 浅野幸弘 (1996), 「企業財務からみた年金資産運用」, 『証券アナリストジャーナル』, **34**, 12, 38–51.
- [2] 白杵政治 (2007), 「LDIは確定給付年金を救えるか—日本での効果と課題—」, 『証券アナリストジャーナル』, **45**, 5, 45–59.
- [3] 内山朋規 (2005), 「負債を完全にヘッジできない場合の確定給付年金の最適ポートフォリオ」, 『日本保険・年金リスク学会誌』, **1**, 23–43.
- [4] 桂眞一 (2004), 「年金ALMにおける多期間資産選択モデル」, PhD thesis, 横浜国立大学.
- [5] 森戸英幸 (2003), 『企業年金の法と政策』, 有斐閣.
- [6] 米澤康博, 大森孝造 (2002), 「金利変動リスクと債券ポートフォリオ」, 笹井均, 浅野幸弘 (編), 『資産運用の最先端理論』, 日本経済新聞社.
- [7] Black, Fischer and André F. Perold (1992), “Theory of constant proportion portfolio insurance,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, **16**, 403–426.
- [8] Bodie, Zvi, Robert C. Merton, and William F. Samuelson (1992), “Labor supply flexibility and portfolio choice in a life cycle model,” *Journal of Economic Dynamics & Control*, **16**, 427–449.
- [9] Bodie, Zvi and William Samuelson (1989), “Labor supply flexibility and portfolio choice”, Working Paper no.3043, National Bureau of Economic Research.
- [10] Boulier, Jean-Francois, Etienne Trussant, and Daniele Florens (1995), “A dynamic model for pension funds management”, AFIR Colloquium.
- [11] Campbell, John Y. and Luis M. Viceira (2002), *Strategic Asset Allocation*, Oxford University Press.
- [12] Coronado, Julia L. and Steven A. Sharpe (2003), “Did pension plan accounting contribute to a stock market bubble?”, *Brookings Papers on Economic Activity*, **1**, 323–359.
- [13] Detemple, Jérôme and Marcel Rindisbacher (2007), “Dynamic asset liability management with tolerance for limited shortfalls”, Working Paper.
- [14] Gold, Jeremy (2000), “Accounting/actuarial bias enables equity investment by defined benefit pension plans”, Working Paper, Pension Research Council.
- [15] Haberman, Steven and Joo-Ho Sung (1994), “Dynamic approaches to pension funding”, *Insurance: Mathematics and Economics*, **15**, 151–162.

- [16] Harrison, J. Michael and William F. Sharpe (1983), “Optimal funding and asset allocation rules for defined benefit pension plans”, In Z. Bodie and J. Shoven, editors, *Financial Aspects of the United States Pension System*, University of Chicago Press.
- [17] Ippolito, Rochard A. (1985), “The labor contract and true economic pension liabilities”, *American Economic Review*, **75**, 5, 1031–1043.
- [18] Josa-Fombellida, Ricardo and Juan Pablo Rincón-Zapatero (2001), “Minimization of risks in pension funding by means of contributions and portfolio selection”, *Insurance: Mathematics and Economics*, **29**, 35–45.
- [19] Josa-Fombellida, Ricardo and Juan Pablo Rincón-Zapatero (2004), “Optimal risk management in defined benefit stochastic pension funds”, *Insurance: Mathematics and Economics*, **34**, 489–503.
- [20] Kim, Oliver and Yoon Suh (1993), “Incentive efficiency of compensation based on accounting and market performance”, *Journal of Accounting and Economics*, **16**, 1-3, 25–53.
- [21] Leibowitz, Martin L., Lawrence N. Bader, and Stanley Kogelman (1996), *Return Targets and Short-fall Risks*, IRWIN.
- [22] Merton, Robert C. (1990), *Continuous-Time Finance*, Blackwell.
- [23] Pliska, Stanley R. (1997), *Introduction to Mathematical Finance*, Blackwell.
- [24] Sharpe, William F. and Lawrence G. Tint (1990), “Liabilities — a new approach”, *The Journal of Portfolio Management*, Winter, 5-10.
- [25] Siegmann, Arjen H. and Andre Lucas (1999), “Continuous-time dynamic programming for ALM with risk averse loss functions”, AFIR Colloquium, August.
- [26] Sundaresan, Suresh and Fernando Zapatero (1997), “Valuation, optimal asset allocation and retirement incentives of pension plans”, *The Review of Financial Studies*, **10**, 3, 631–630.
- [27] Tirole, Jean (2006), *The Theory of Corporate Finance*. Princeton University Press.
- [28] Waring, M. Barton and Laurence B. Siegel (2007), “Don’t kill the golden goose! Saving pension plans”, *Financial Analysts Journal*, January-February, 31–45.

Management Policy of Corporate Defined Benefit Pension Plan

Kozo Omori*, Yasuhiro Yonezawa†

Received 16 June 2008

Accepted 21 May 2009

Abstract

We investigate a funding and investing strategy of a corporate defined benefit pension plan, considering not only accrued benefit but also future benefit that is supposed to be vested in employee after working for a long time. Since the pension is managed in such a condition that employee works for a long time, this consideration is important.

The solution shows that the longer way off the retirement is, the more risk is taken, which enables the sponsor to reduce the expected loss of contributions. Using a simple model, it is shown that the feature that future contributions are under control of the sponsor leads to such a solution that is a common practice in pension plans.

And by simulation, it is observed that the solution tends to make the sponsor hold enough assets for the accrued benefit. This is because the contributions are inclined to be accumulated before the accrued benefit increases.

* Chuo Mitsui Asset Trust & Banking Co., Ltd. Quantitative Investment Department. 3-23-1, Shiba, Minato-ku, Tokyo 105-8574, E-mail: Kozo_Omori@chuomitsui.jp

† Waseda University Graduate School of Finance, Accounting and Law. 1-4-1, Nihonbashi, Chuo-ku, Tokyo 103-0027, E-mail: y_yonezawa@nifty.com