

## 研究論文

## 多期間最適化モデルを用いた保険 ALM 戦略

西村 寿夫\*, 枇々木 規雄†

2007年6月26日投稿

2009年12月7日受理

## Abstract

本論文では生命保険会社が採用すべき ALM 戦略を導くための最適化モデルについて議論する。具体的には平準払い養老保険を負債として考慮した最適資産運用戦略を決定する多期間最適化モデルの構築を行う。多期間最適化モデルを用いることによって、平準払い養老保険による毎年の払込み保険料や保険金の支払いなどのキャッシュ・フローを明示的に記述し、かつリスクを考慮した投資決定を行うことができる。生命保険会社における資産運用実務を考慮し、より実態に近いモデルの開発を目指す。特に、状態に依存して許容されるリスクをコントロールすることは実際の投資決定で重要視されており、そのためにシミュレーション・アプローチで条件付き意思決定も可能な混合型多期間最適化モデル(枇々木(2001), Bogentoft et al.(2001))を反復的に解くことによって最適解を導く方法を提案する。内外株式(TOPIX, S&P500), 内外債券(NRI-BPI, WGBI)に現預金を加えた5資産を運用対象資産として、さまざまな数値分析を行い、モデルの有用性を検証する。

キーワード： 保険 ALM, 多期間最適化, 生命保険会社

## 1 はじめに

永きにわたり生命保険会社は機関投資家としての地位を確保し、株式・債券の買い手としての役割を果たしてきた。長期の資金という表現がされてはいたものの、その運用手法は期待リターン追求型の運用スタイルであり、右肩上がりの経済の中ではリスクに無関心であった。バブル経済崩壊を通じて、期待リターンが高い資産の大幅な価格下落を経験した。さらに、保険会社では株価下落に伴う価値毀損に加え、超低金利環境のもと、逆鞘問題が経営を圧迫している。このような金利低下リスクという概念は、伝統的な平均・分散アプローチでは説明がしにくく、保険会社特有の負債特性を認識しながらの資産運用が求められるようになってきた。このような新たなフレームワークを ALM 戦略 (Asset and Liability Management) と呼び、保証利率や、平準払い方式などの生保特有の負債特性に対する運用戦略が盛んに議論されている。本研究ではこのような生保特有の調達形態から起因する資産運用の意思決定の複雑性を解決することを試みる。

生命保険会社や年金基金などの長期的な資金運用を行う投資家にとって、様々な実務制約のもとで、多期間にわたる不確実性を考慮した動的投資政策の決定を明示的にモデル化するためには、1 期間モデルではなく、多期間モデルを構築する必要がある。多期間ポートフォリオ最適化問題を実際に解くためのモデルとしては、シナリオ・ツリーを用いた多期間確率計画モデルが中心となって発展している。シナリオ・ツリー

\*三井生命保険株式会社, E-mail: Hisao\_Nishimura@mitsui-seimei.co.jp

†慶應義塾大学 理工学部 管理工学科, E-mail: hibiki@ae.keio.ac.jp

型モデルは近年、コンピュータの高速化と解法アルゴリズムの発展に伴い、大規模な問題を解くことが可能になり、様々な研究が行われている。詳細は、Mulvey and Ziemba(1995)の参考文献を参照されたい<sup>1</sup>。

一方、枇々木(2001a)は離散時間で離散分布に従う確率変数をモンテカルロ・シミュレーションにより発生させたパスを利用して不確実性を記述することによって、数理計画問題として定式化が可能なシミュレーション型多期間確率計画モデルを開発している。枇々木, 小守林, 豊田(2005), 枇々木, 小守林(2006), Hibiki(2006)は世帯の資産形成に対し、シミュレーション型モデルを用いて定式化を行い、数値実験によりその有用性を検証している。さらに、枇々木(2001b, 2003, 2006)は、シミュレーション・アプローチのもとで、シナリオ・ツリーと同様の条件付き意思決定ができるモデルとして、シミュレーション/ツリー混合型多期間確率計画モデルも開発している。Bogentoft, Romeijn and Uryasev(2001)は混合型モデルの特殊形を用いてオランダの年金基金に対して、CVaR(条件付きバリュー・アット・リスク)をリスク尺度に用いたALMモデルを構築し、その有用性を示している。

本論文では生命保険会社が採用すべきALM戦略を導くために、平準払い養老保険を負債として考慮した最適資産運用戦略を決定する多期間最適化モデルの構築を行う。多期間最適化モデルを用いることによって、平準払い養老保険による毎年の払込み保険料や保険金の支払いなどのキャッシュ・フローを明示的に記述し、かつリスクを考慮した投資決定を行うことができる。生命保険会社における資産運用実務を考慮し、より実態に近いモデルの開発を目指す。特に、状態に依存して許容されるリスクをコントロールすることは実際の投資行動決定で重要視されており、そのために前述したシミュレーション・アプローチで条件付き意思決定も可能な混合型多期間最適化モデルを反復的に解くことによって最適解を導く方法を提案する。また、最適化モデルの目的関数には、保険会社の価値指標であるエンベデッドバリューの概念を導入する。これは、保険契約の利益は、販売時点ではなく、将来に渡って発生するという特性を反映したものであり、運用目標が単なる運用資産価値の最大化ではなく、保険会社特有の調達形態を考慮した上で、企業価値向上に寄与することが合理的に示されるような目標であるべきであるという考え方に基づくものである。内外株式(TOPIX, S&P500), 内外債券(NRI-BPI, WGBI)に現預金を加えた5資産を運用対象資産として、さまざまな数値分析を行い、モデルの有用性を検証する。

本論文の構成は、次の通りである。2章では、平準払い養老保険の仕組みやエンベデッドバリューの概念、保険ALM戦略と多期間最適化について説明する。3章では、シミュレーション・アプローチで条件付き意思決定が可能な混合型多期間最適化モデルの概要、定式化、反復アルゴリズムによる解法を示す。4章では数値分析を行う。条件付き意思決定を含まないシミュレーション型モデルと条件付き意思決定を含む混合型モデルを比較する。さらに、制約条件の追加と目的関数の変更を行い、モデルの改善を行う。5章では金利に対する感応度分析を行う。最後に6章でまとめを行うとともに、マッチング型ALM戦略との関連について議論する。

## 2 生命保険の構造とエンベデッドバリュー

本論文で対象とする平準払い養老保険の仕組みと、生命保険会社(株式会社)の価値指標として、近年、一般に普及しつつある指標であるエンベデッドバリューについて説明する。保険ALM戦略における多期間最適化の考え方の必要性についても議論する。

<sup>1</sup>多期間モデルによるポートフォリオ最適化問題は、Merton(1969)とSamuelson(1969)によって基本的枠組みが提示されて以来、金融経済学の側面から様々な研究がされている。これらは一般に連続時間モデルで問題が記述され、HJB方程式やマルチンゲール・アプローチを用いて問題が解かれることが多い。詳しくは本多(1999), キャンベル, ビセイラ(2005)を参照されたい。一方、本論文では保険ALM戦略のために、数理計画における多期間最適化モデルの構築方法について議論する。数理計画モデルは離散時間モデルであり、柔軟に制約条件などを追加することができるなど、実務への適用範囲が広いモデル化の方法である。

## 2.1 生命保険の仕組みの概要

### 2.1.1 生命保険とは

生命保険契約とは、保険契約者から保険料を徴収し、それを安全かつ有利な方法で運用し、保険契約者に予め決められていた保険金支払い事由が発生した場合には、保険会社が保険契約者に対して保険金を支払う契約である。保険を大別すると、保険契約者が死亡した場合に保険金が支払われる定期保険と、保険契約者が生存していた場合に保険金が支払われる生存保険がある<sup>2</sup>。本論文で対象とする養老保険は、定期保険と生存保険を組み合わせた保険である。

### 2.1.2 保険料

保険料は、保険契約者の属性から推定(予測)される保険支払い事由の生起確率、保険料の平均的運用利回り、並びに保険事業を営むための平均的コストから求められる。保険契約者の属性とは、性別、年齢、健康状態などを指す。保険契約者の保険支払い事由の生起確率を正確に推定することは困難なため、数多くの保険契約者を母集団として持つことによって平均的な生起確率に収束するという「大数の法則」が成立するということを前提に保険料が算出される。

生命保険の保険料は、一般に、純保険料と付加保険料とで構成される。付加保険料とは、保険事業を運営していくために必要な経費に充てる予定の部分であり、生命保険会社独自に決められる。純保険料は保険会社が独自に定めた保険料計算基礎率に基づいて計算され、死亡、満期以外の契約消滅事由を考慮しないで、保険契約加入以降の支払い保険金の期待値を計算する。また、生存保険の場合も同様に、満期時点で生存している人数が満期保険金の支払い対象となる。保険料は「収支相等の原則」に基づき、保険期間を通じたネットキャッシュフローの現在価値がゼロになるように設定される。すなわち、将来受け取るであろう保険料の総額に資産運用収益を加えた収入の合計と、支払われる保険料にコストを加えた費用が等しくなるように決定される。ただし、収支相等の原則は、保険期間を通じて行われるため、各年度のキャッシュフローまでは収支相等になるとは限らない。年によって徴収保険料が変動することによる煩雑性を回避するために、保険料払い込み期間を通じて保険料は一定とするのが一般的であり、平準保険料と呼ばれる<sup>3</sup>。保険会社は収入保険料を原資に資産運用を行う。一定の資産運用収益を得ることができると仮定すれば、収入保険料、支払保険金、資産運用収益の合計から、保険会社の各年度のキャッシュフローは比較的容易に導出できる。

### 2.1.3 責任準備金(保険料積立金)

責任準備金は、将来の保険料支払い義務を果たすことができるように保険会社が保険契約者からの収入保険料の一部を準備する金額である。保険料が保険会社独自に計算基礎率を定めることが出来るのに対し、責任準備金は保険業法に計算基礎率が定められている<sup>4</sup>。生存保険の場合には、満期時までは支払いの必要がないので、それまで積み立てて利殖しなければならない。定期保険の場合には、毎年が収支相等(自然保険料の場合)であれば積み立ての必要はないが、平準保険料の場合には、保険期間の前半で余る部分を後半の不足を補うために積み立てておかなければならない。

純保険料は、全保険期間中の保険料収入と支払保険料が契約時点での現在価値で等しくなるという前提で算出される。過去に収入した保険料の元利合計を  $P_H$ 、将来収入すべき保険料の現価を  $P_F$ 、過去に支払った保険金の元利合計を  $S_H$ 、将来支払うべき保険金の現価を  $S_F$  として、保険期間の途中のある時点で評価

<sup>2</sup>一般に保険は、死亡に関わる第一分野、事故や災害による財産に関する損害に対する第二分野、両方に属さない医療に関わる第三分野に分類されるが、本論文は第一分野に関する分析を行う。

<sup>3</sup>平準保険料は、その時点で生存している契約者から徴収するため、保険料収入は生存契約者数の低減に伴い減少する。また、毎年、収支相等となるように設定された保険料は自然保険料と呼ばれる。

<sup>4</sup>主な計算基礎率は、予定利率と死亡率である。保険業法施行規則では、予定利率は1.5%、死亡率は生保標準生命表(2007)を使うことが定められている。生保標準生命表に関しては、2007年に新しい生保標準生命表(2007)が発表されたが、本研究ではそれまで使われていた1996年に定められた生保標準生命表(1996)を用いて、4章以降の分析を行っている。また、責任準備金の計算についても、簡単のため、保険料計算上の予定利率と同じ1.85%を使うこととする。

するならば、収支相等の原則より、

$$P_H + P_F = S_H + S_F$$

が成り立つ。これを変形すると、

$$P_H - S_H = S_F - P_F$$

となり、この両辺の値が保険料積立金となる。

#### 2.1.4 収益源の分解および保険損益

保険契約から得られる利益は、以下の3つの収益源に分解できる。

- 危険差益 : 実際の支払い事由が予定していた支払い事由確率を下回った場合に発生する利益
- 費差益 : 実際のコストが、予定していたコストを下回った場合に発生する利益<sup>5</sup>
- 利差益 : 実際の運用損益が、予定していた運用損益を上回った場合に発生する利益

これら3つの利源を合計して基礎利益と呼び、保険会社の収益力を評価する指標としてしばしば用いられる。利差益とは、運用損益から予定利息を控除したものであるが、通常、運用損益とは、株式配当や債券利息などのインカムゲインを指し、資産の売買に伴って発生する売却損益などのキャピタルゲインは含まれない。売買という主体的な行動によって実現した損益は不安定であり、評価に相応しくないという考え方である。また、危険差益と費差益を合計して保険損益と呼ぶこととする。したがって、生命保険会社の利益は以下のように、源泉別に再配分することができる。

- 保険損益 : 保険料収入、保険金等支払い、責任準備金繰り入れ、事業費など
- 運用損益 : 資産運用収益、資産運用費用

本研究では簡単のため、事業費は分析対象から外すこととする。純保険料ベースで考えれば、主な収益・費用項目は、収支相等の原則でバランスするため、基礎利益でも説明したが、損益は実際の事故率や資産運用利回りが保険料算出の際に用いた前提値と差異が生じた場合に発生する。保険契約全体の利益は、保険損益と運用損益に分解することが可能であり、両収益源の相関も含めたコントロールが全体損益の安定化につながる。本論文では養老保険から発生する保険損益は固定したうえで、運用損益をどのようにコントロールすれば、全体の利益が安定するかという視点に立って、モデル化を行う。

## 2.2 エンベデッドバリュー

エンベデッドバリュー(Embedded Value, 以下、EV)は、各社毎、詳細な計算方法は異なるが、一般的に、純資産価値<sup>6</sup>と既契約価値<sup>7</sup>で構成される。生命保険契約は、契約を獲得してから会計上の利益が計上されるまでに時間を要するが、EVでは、保有契約から生じる将来の利益を現在価値ベースで評価(既契約価値)することができることから、現行の会計制度上を補完する指標の一つとして有用なものとされている。

EVの計算にあたり、将来にわたる当期利益を予測するための主要な必要パラメータは以下の通りである。

- 保険契約の死亡率、解約率、転換率など
- 想定される資産運用ポートフォリオ(ターゲットポートフォリオ)と各資産の期待収益率(運用前提)
- その他必要と想定されるコスト(資本コスト、配当など)
- 利益を現在価値に割り引く割引率<sup>8</sup>

<sup>5</sup>解約時に発生する解約損益(解約返戻金と責任準備金の差)は、契約当初に支払われる新契約費の回収という側面が強いため、費差益に含まれるという解釈が一般的とされる。

<sup>6</sup>貸借対照表の資産の部から、保険業法113条繰延資産を控除し、純資産に加算することが妥当と考えられる危険準備金及び価格変動準備金(いずれも税引き後)を加算した価値である。

<sup>7</sup>保有契約から将来生じることが見込まれる将来の(税引後)当期利益を基礎に、一定のソルベンシーマージン比率を維持するために内部留保する必要のある額を控除した配当可能な株主利益を、リスクプレミアムを勘案した割引率で現在価値に直したものである。

<sup>8</sup>一般的に、EVを求める際に用いられる割引率は、リスクプレミアムを考慮したものをを用いるが、本論文では市場のイールドカーブを使っている。

現在、日本で計算されているEVは、各資産の期待収益率を各社が主観的に決定している点や、期待収益率を前提に運用損益を計算するためにリスクの概念が存在しないなどの欠点がある。したがって、EVは投資家に対して保険会社の企業価値を表現するための有用な指標である一方で、たとえば、ターゲットポートフォリオの設定に際して、期待収益率が高い資産に重点配分することでEVが上昇してしまうというような欠点も持ち合わせている。欧州では、こうした現状のEVの欠点を修正するために、European EV<sup>9</sup>、Market consistent EV<sup>10</sup>といったリスクの概念を導入した代替指標が普及しつつある。

また、現状のEV計算ではターゲットポートフォリオの変動を想定していない。なぜなら、実際には金融環境や新契約販売の状況に応じて、ポートフォリオを変化させるのが一般的であるにも関わらず、EVが将来利益の現在価値の評価尺度であるという性質上、不確実なポートフォリオ変更という意味決定を評価時点で反映することは困難であると考えられているからである。しかし、実際には時間の経過とともに意思決定(ポートフォリオの決定)は柔軟に行えるので、現状のEV測定方法は、そこから派生する柔軟性というオプション価値を見逃して過小評価しているとも考えられる。本研究では柔軟性を持つ意思決定を含む最適戦略のモデル化と、それを評価する企業価値指標の開発を目的として、シミュレーション・アプローチによる多期間最適化モデルを導入する。

本研究では既契約価値に関して、(税引後)当期利益のうち保険損益と運用損益の合計について分析する。EVの概念を導入することによって、保険商品の設計に際して用いられる保険金支払い事由の生起確率や事業費、平均的な運用利回りなどのパラメータや期間構造などを考慮した運用戦略の構築と価値評価が期待できる。なお、実際のEVは資本コストをはじめとする様々な計算前提に基づき計測される必要がある。誤解を避けるため、本論文ではEVの中の既契約価値について分析を行うものとし、以後、CV(Contract Value)という用語を用いることとする。

## 2.3 保険 ALM 戦略と多期間最適化

生命保険を負債に持つ資産配分戦略を構築するうえで、実務的な側面でその必要性が議論されている ALM 戦略について述べ、その ALM 戦略における多期間最適化の考え方の必要性についても議論する。

一般的に生命保険は負債の長期性が特徴とされ、資産運用も長期的な視野で運用されることが望ましい。ここで言う長期運用とは「長期的に高い収益率が期待できる」側面と、「確定的な長期運用」の側面の2つの意味が考えられる。

前者では、主に平均・分散アプローチを用いて計算されたアセットミックスによるバランス型運用が志向され、株式などのハイリスク・ハイリターン資産を相当程度組み入れることによって、ポートフォリオの期待収益率を高めることを目指している。ただし、平準払い契約の場合、各保険料払込み時点で資産配分の意思決定を行う必要がある。各時点の配分対象は、直前の意思決定時点(年払いの場合は1年前)からの運用収益の再投資分に、その時点でのネットキャッシュフローを合わせた合計金額である。実務界においても平均・分散アプローチ(1期間モデル)は主に年金運用などにおいてベースラインポートフォリオの設定などに活用されているが、パラメータの変更を行わない限り最適解は変化しないという性質から、市場環境の急激な変化による富の変化に対して硬直的な戦略となるという欠点を持つ。また、将来のキャッシュフローに対していずれの時点においても、その時点の富水準に関係なく、常に一定比率への調整(リバランス)を行わなければならない(もしくは、それを前提に価値評価する)というのは、実務的にも非現実的と言わざるを得ない。期間構造を持つ負債に対して平均・分散アプローチ(1期間モデル)を適用することは、計算の簡便さや理解の容易さの利点を持つ反面、最適化された戦略自体が非現実的であるという欠点も持つ。

一方、後者は長期の確定利付き資産(債券や貸付)中心の運用を行い、長期間にわたり、比較的キャッシュフローが予測しやすいという生命保険負債の特性に合わせて確定利付き資産のキャッシュフローをマッチングさせようという考え方である。負債のキャッシュフローのヘッジ手段として資産側のキャッシュフローを複製することで、金利リスクを抑制しようという考え方をマッチング型 ALM と呼ぶ。

<sup>9</sup>現在の決定論的に算出されるEV(Traditional EVと言われる)に対し、リスクの確率論的評価、保険に含まれるフィナンシャルオプションを反映させたものである。欧州のCFOフォーラムが2004年5月に提唱した12の原則に基づく。

<sup>10</sup>Traditional EVやEuropean EVにおける主観的シナリオ設定を排除し、無裁定理論に基づく公正価値評価を行うものである。

マッチング型 ALM 戦略では金利上昇が全体的に保険契約の収益性にプラスの影響をもたらすことや、フォワード契約を締結することで、運用収益のリスクを大幅に抑制することができる。マッチング型 ALM 戦略は負債特性を考慮した長期的な確定運用戦略であり、昨今の保険会社の ALM 戦略の基本的な考え方である。ただし、この戦略は債券のみを利用したリスク抑制型の戦略であり、株式などのハイリスク資産は組み入れていないため、期待収益率は低い。実務の世界では、このマッチング型 ALM に対して、

- 期待収益率の低さがマイナス要素として捉えられていること、
- 負債の時価会計が行われていないため、会計上の利益と関連しないこと、
- 日本では超低金利環境(金利低下リスクが顕在化した逆鞘状態<sup>11)</sup>)にあること

などの理由から、厳密に利用されるケースは少ないのが現状である。

これらの問題点に対し、本研究では将来キャッシュフローに対する利回り保証や2.2節でその有用性を述べたエンベデッドバリューの概念の導入、ハイリスク資産への投資による期待収益率の向上など、現実的な要請との融合を図ることができる多期間最適化手法を用いたモデルを構築する。

### 3 シミュレーション型多期間最適化モデル

#### 3.1 投資の意思決定とモデル化

枇々木(2001a)のシミュレーション型多期間最適化モデルは、シミュレーション・アプローチのもとで非予想条件を保つためにすべての時点で状態に依存しない取引戦略による意思決定を行う<sup>12</sup>。これは、モデルとしての簡便性という長所を持つ反面、状態に依存して意思決定を変える(条件付き意思決定を行う)ことができない。これに対し、枇々木(2001b, 2003, 2006)の混合型モデルは、同じシミュレーション・アプローチのもとで似た状態に対しては同一の意思決定をするが、似た状態を複数想定することによって条件付き意思決定を行うことができる。シナリオ・ツリー型モデルにおける条件付き意思決定と同じようなツリータイプの意思決定構造を持つ。それに対して、Bogentoft, Romeijn and Uryasev(2001)は格子タイプの意思決定構造を持つ混合型モデルを提案している。図1にこれらの意思決定構造を示す。

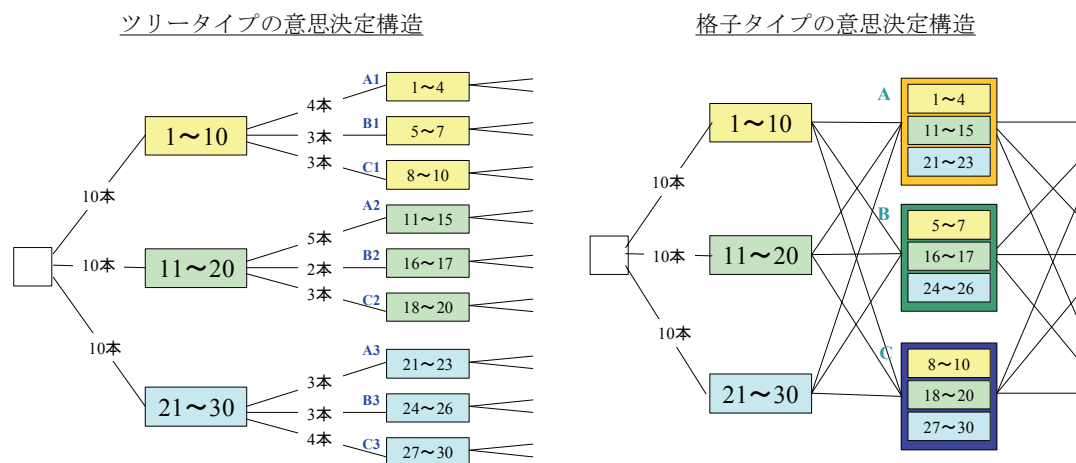


図1 2種類のタイプの混合型モデルの意思決定構造

図1(左)のツリータイプの混合型モデルを見てみよう。30本のパスのそれぞれ10本が1時点では似た状態を持つと考え、3つのノードに分かれる。それぞれノードでは意思決定が異なる。さらに、1時点の各意思

<sup>11</sup>ここでいう逆鞘とは、市場運用利回りが保険設計の際に想定していた利回りよりも低下することを指したもので、予定利率と市場金利の絶対格差を意味するものではない。

<sup>12</sup>「状態」とは経済状況を表すだけでなく、投資の結果生じる富の水準に応じて定義されるものとする。投資決定は経済状況だけでなく、自己の資産運用の結果に依存するからである。本研究のシミュレーション・アプローチにおける「状態」は、各パス上の各時点ごとにその富の水準によって表現されるものとする。

決定ノードを通るパスに対して2時点でも同様に、3つの似た状態を想定し、3つの意思決定ノードに分ける。一方、図1(右)の格子タイプの混合型モデルは2時点(以降)において、1時点の意思決定ノードに依存せずに、その時点の状態だけに依存して意思決定が行われる。しかし、格子タイプはツリータイプとは異なり、ノードが広がらないため、時間の経過とともにノードに含まれるパスの数を多く保つことができるという長所も持っている。シミュレーション型モデルとツリータイプの混合型モデルの中間的なモデルである。

似た状態を定義する方法として、枇々木(2003, 2006)はシミュレーション型モデルで解いて得られた最適解を用いた富の水準によって、事前に(問題を解く前に)似た状態の集合を決定ノードとして設定している(ポートフォリオベースクラスタリング法と呼ぶ)。一方、状態は最適解によっても変わるので、できるならば、同時に似た状態の集合の決定も含めて問題を解くことを考えることにしよう。しかし、富の水準を決めるポートフォリオは最適化の結果によって得られる値なので、事前にその状態を特定することはできない。このように、似た状態の集合の決定(パスの分類)を同時に含めて問題を解くことは難しいが、「問題を解いて得られた最適解によって決定される状態(分類されたパス)の集合を用いて、再度問題を解いたときに同じ最適解が得られるならば、似た状態の集合の決定も同時に含めて問題を解いたことと同じになる」ということは言える。そこで、本研究ではこの問題に対する近似的な解法として、反復的に問題を解くことによって最適解を求める方法を提案する。

## 3.2 モデルの定式化

### 3.2.1 記号

#### (1) 集合および添字

- $i$  : パスを表す添字
- $j$  : リスク資産を表す添字
- $s_t$  : 決定ノードを表す添字(時点( $t$ )とともに記述する)
- $S_t$  :  $t$ 時点の決定ノード  $s_t$  の集合
- $V_t^{s_t}$  :  $t$ 時点の決定ノード  $s_t$  に含まれるパス  $i$  の集合

#### (2) パラメータ

- $I$  : パスの本数
- $T$  : 満期(期間数)
- $P_t^{(i)}$  :  $t$  時点のパス  $i$  の収入保険料(収入項目; 期初発生)( $t = 0, \dots, T-1$ )
- $Q_t^{(i)}$  :  $t$  時点のパス  $i$  の保険金支払額(支出項目; 期初発生)( $t = 0, \dots, T-1$ )
- $U_t^{(i)}$  :  $t$  時点のパス  $i$  の解約返戻金(支出項目; 期初発生)( $t = 0, \dots, T-1$ )<sup>13</sup>
- $C_t^{(i)}$  :  $t$  時点のパス  $i$  の保険料積立金積増額(費用項目; 期末発生)( $t = 1, \dots, T$ )
- $\rho_{j0}$  : 0時点のリスク資産  $j$  の価格( $j = 1, \dots, n$ )
- $\rho_{jt}^{(i)}$  :  $t$  時点のパス  $i$  のリスク資産  $j$  の価格( $j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T; i = 1, \dots, I$ )
- $r_0$  : 期間 1 の金利(0 時点のコールドレート)
- $r_{t-1}^{(i)}$  : 期間  $t$  のパス  $i$  の金利( $t-1$  時点のコールドレート)( $t = 2, \dots, T; i = 1, \dots, I$ )
- $W_0$  : 0時点での富(初期富)<sup>14</sup>
- $TCV$  : 要求する目標 CV
- $r_E$  : 各意思決定時点で要求されるポートフォリオの期待収益率

<sup>13</sup>本来は、資産運用利益、解約返戻金などは期中に発生すると仮定するのが合理的だが、本論文ではモデルの単純化のために期初発生あるいは期末発生という前提を置いている。

<sup>14</sup> $W_0$  には0時点の収入保険料から保険金支払いと解約返戻金を差し引いた  $P_0 - Q_0 - U_0$  は加えられている。

$\mu_j$  : リスク資産  $j$  の期待収益率 ( $j = 1, \dots, n$ )

$D_t$  :  $t$  時点のキャッシュフローの割引係数 ( $t = 1, \dots, T$ )

### (3) 決定変数

$z_{j0}$  : 0 時点のリスク資産  $j$  への投資量 ( $j = 1, \dots, n$ )

$z_{jt}^{s_t}$  :  $t$  時点の決定ノード  $s_t$  のリスク資産  $j$  への投資量 ( $j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T-1; s \in S_t$ )

$v_0$  : 0 時点の現金 (コール運用額)

$v_t^{(i)}$  :  $t$  時点のパス  $i$  の現金 (コール運用額) ( $t = 1, \dots, T-1; i = 1, \dots, I$ )

$q^{(i)}$  : 計画最終時点のパス  $i$  の目標 CV(TCV) に対する不足分 ( $i = 1, \dots, I$ )

### 3.2.2 定式化

配分決定のための制約条件式およびそれを用いた各時点の富, 各期間の利益の計算式, 目的関数を以下に示す.

#### (1) 0 時点での配分決定 ( $z_{j0}, v_0$ )

初期富  $W_0$  を用いて, 価格  $\rho_{j0}$  のリスク資産  $j$  に  $z_{j0}$  単位投資し, 残りを現金  $v_0$  で運用する.

$$\sum_{j=1}^n \rho_{j0} z_{j0} + v_0 = W_0 \quad (1)$$

#### (2) 0 時点の配分決定によるパス $i$ の 1 時点の富 ( $i = 1, \dots, I$ )

0 時点で  $z_{j0}$  単位投資しているリスク資産  $j$  の 1 時点での価格は  $\rho_{j1}^{(i)}$  であるので, その価値は  $\rho_{j1}^{(i)} z_{j0}$  となる. すべてのリスク資産に対する合計と 0 時点からの現金  $v_0$  の運用分  $(1+r_0)v_0$  に, 1 時点の収入保険料  $P_1^{(i)}$  から保険金支払い  $Q_1^{(i)}$  と解約返戻金  $U_1^{(i)}$  を差し引いたものが 1 時点での富になる.

$$W_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j0} + (1+r_0)v_0 + P_1^{(i)} - Q_1^{(i)} - U_1^{(i)} \quad (2)$$

#### (3) $t-1$ 時点の配分決定 ( $z_{j,t-1}^{s_{t-1}}, v_{t-1}^{(i)}$ ) によるパス $i$ の $t$ 時点の富 ( $t = 2, \dots, T; i = 1, \dots, I$ )

同様に, パス  $i$  の  $t$  時点の富は  $t-1$  時点での配分決定をもとにして (3) 式で表すことができる.

$$W_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + (1+r_{t-1}^{(i)}) v_{t-1}^{(i)} + P_t^{(i)} - Q_t^{(i)} - U_t^{(i)} \quad (3)$$

$$(t-1 \text{ 時点の配分決定}) \quad \sum_{j=1}^n \rho_{j,t-1}^{(i)} z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + v_{t-1}^{(i)} = W_{t-1}^{(i)} \quad (4)$$

(2)~(4) 式をまとめると, (5), (6) 式で記述できる.

$$W_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j0} + (1+r_0)v_0 + P_1^{(i)} - Q_1^{(i)} - U_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j1}^{s_1} + v_1^{(i)} \quad (s_1 \in S_1; i \in V_1^{s_1}) \quad (5)$$

$$W_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + (1+r_{t-1}^{(i)}) v_{t-1}^{(i)} + P_t^{(i)} - Q_t^{(i)} - U_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)} \quad (t = 2, \dots, T-1; s_{t-1} \in S_{t-1}; s_t \in S_t; i \in V_{t-1}^{s_{t-1}} \cup V_t^{s_t}) \quad (6)$$

保険 ALM 戦略の上で, 期中での債務超過を考慮する (回避する) ことも重要である. このことを考慮するためには, (7) 式のように期中の富に非負制約を課せばよい.



$$W_t^{(i)} \geq 0 \quad (7)$$

ただし、リスク資産の投資量  $z_{j0}, z_{jt}^s$ , 現金  $v_0, v_t^{(i)}$  に非負制約を付けて解くので、(5),(6)式の右辺の値は非負となる。明示的には記述されていないが、間接的に債務超過を回避して問題が解かれる<sup>15</sup>。

#### (4) ポートフォリオの期待収益率制約

保険契約の収益性を考え、どのような状態(パス)においても各時点で想定される期待収益率が  $r_E$  以上になるように下限制約を各パスごとに設定する<sup>16</sup>。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \text{ 0時点} &: \frac{\sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{j0} z_{j0} + r_0 v_0}{W_0} \geq r_E \\ \textcircled{2} \text{ } t \text{ 時点} &: \frac{\sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + r_t^{(i)} v_t^{(i)}}{\sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)}} \geq r_E \quad (t = 1, \dots, T-1; s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t}) \end{aligned}$$

#### (5) CV と目的関数

CV に対する1次の下方部分積率を目的関数として設定し、その最小化を目的とする。T 期間のパス  $i$  の CV( $CV^{(i)}$ ) は(8)式で示すように、利益  $PL_t^{(i)}$  の割引現在価値の合計として定義される。

$$CV^{(i)} = \sum_{t=1}^T D_t PL_t^{(i)} \quad (i = 1, \dots, I) \quad (8)$$

利益  $PL_t^{(i)}$  はリスク資産によるキャピタルゲイン  $\sum_{j=1}^n (\rho_{jt}^{(i)} - \rho_{j,t-1}^{(i)}) z_{j,t-1}^{s_{t-1}}$ , 金利収益  $r_{t-1}^{(i)} v_{t-1}^{(i)}$  に  $t$  時点の収入保険料  $P_t^{(i)}$  を加え、保険金支払い  $Q_t^{(i)}$ , 解約返戻金  $U_t^{(i)}$ , 保険料積立金  $C_t^{(i)}$  を差し引き、(9), (10)式のように求められる。

$$PL_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n (\rho_{j1}^{(i)} - \rho_{j0}) z_{j0} + r_0 v_0 + P_0 - Q_0 - U_0 - C_1^{(i)} \quad (s_1 \in S_1; i \in V_1^{s_1}) \quad (9)$$

$$PL_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n (\rho_{jt}^{(i)} - \rho_{j,t-1}^{(i)}) z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + r_{t-1}^{(i)} v_{t-1}^{(i)} + P_{t-1}^{(i)} - Q_{t-1}^{(i)} - U_{t-1}^{(i)} - C_t^{(i)} \quad (t = 2, \dots, T; s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t}) \quad (10)$$

CV に対する1次の下方部分積率  $LPM_{CV}$  は

$$LPM_{CV} = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \left| CV^{(i)} - TCV \right|_- \quad (11)$$

と定義される。ここで、 $|a|_- = \max(-a, 0)$  である。以下のような目的関数と制約式の組み合わせによって記述することができる。

$$LPM_{CV} = \text{Min} \left\{ \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \left| CV^{(i)} + q^{(i)} \geq TCV \right. \right\} \quad (12)$$

<sup>15</sup>最終時点での富には非負制約は課していないが、必要であれば追加する。

<sup>16</sup>各パスごとの価格は期待収益率と標準偏差をもとに生成され、ある1本のパス上では価格は確定的に決まる。しかし、どのような状態(パス)においても期待収益率を達成できるようなポートフォリオを組成するために、制約式を設定する。

定式化をまとめて記述すると、以下のようになる

$$\text{最小化 } \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \quad (13)$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^n \rho_{j0} z_{j0} + v_0 = W_0 \quad (14)$$

$$\left( W_1^{(i)} = \right) \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j0} + (1 + r_0) v_0 + P_1^{(i)} - Q_1^{(i)} - U_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{j1}^{(i)} z_{j1}^{s_1} + v_1^{(i)} \quad (s_1 \in S_1; i \in V_1^{s_1}) \quad (15)$$

$$\left( W_t^{(i)} = \right) \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + (1 + r_{t-1}^{(i)}) v_{t-1}^{(i)} + P_t^{(i)} - Q_t^{(i)} - U_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)} \\ (t = 2, \dots, T-1; s_{t-1} \in S_{t-1}; s_t \in S_t; i \in V_{t-1}^{s_{t-1}} \cup V_t^{s_t}) \quad (16)$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{j0} z_{j0} + r_0 v_0 \geq r_E W_0 \quad (17)$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_j \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + r_t^{(i)} v_t^{(i)} \geq \left( \sum_{j=1}^n \rho_{jt}^{(i)} z_{jt}^{s_t} + v_t^{(i)} \right) r_E \quad (t = 1, \dots, T-1; s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t}) \quad (18)$$

$$PL_1^{(i)} = \sum_{j=1}^n (\rho_{j1}^{(i)} - \rho_{j0}) z_{j0} + r_0 v_0 + P_0 - Q_0 - U_0 - C_1^{(i)} \quad (s_1 \in S_1; i \in V_1^{s_1}) \quad (19)$$

$$PL_t^{(i)} = \sum_{j=1}^n (\rho_{jt}^{(i)} - \rho_{j,t-1}^{(i)}) z_{j,t-1}^{s_{t-1}} + r_{t-1}^{(i)} v_{t-1}^{(i)} + P_{t-1}^{(i)} - Q_{t-1}^{(i)} - U_{t-1}^{(i)} - C_t^{(i)} \\ (t = 2, \dots, T; s_t \in S_t; i \in V_t^{s_t}) \quad (20)$$

$$CV^{(i)} = \sum_{t=1}^T D_t PL_t^{(i)} \quad (i = 1, \dots, I) \quad (21)$$

$$CV^{(i)} + q^{(i)} \geq TCV \quad (i = 1, \dots, I) \quad (22)$$

$$z_{j0} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n) \quad (23)$$

$$z_{jt}^{s_t} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T-1; s_t \in S_t) \quad (24)$$

$$v_0 \geq 0 \quad (25)$$

$$v_t^{(i)} \geq 0 \quad (t = 1, \dots, T-1; i = 1, \dots, I) \quad (26)$$

$$q^{(i)} \geq 0 \quad (i = 1, \dots, I) \quad (27)$$

### 3.3 反復アルゴリズム

前述の定式化において、決定ノード  $s_t$  におけるパスの集合  $V_t^{s_t}$  が事前に決定されているならば、線形計画問題として解くことができる。しかし、3.1節でも述べたように、パスの集合  $V_t^{s_t}$  が決定変数の関数となるならば、パスの集合は事後的に決まる(同時に決めなければならない)ため、線形計画問題とならない。0-1型混合整数非線形計画問題として定式化し直すことは可能であるが、実際に解くのは難しい。そこで、パスの集合の決定を同時に含めた問題を近似的に解くために、反復アルゴリズムを提案する。本研究では、損益から計算する CV のリスクやリターンを考慮して、最適解を導き出すので、 $t$  時点までの累計運用損益  $CPL_t^{(i)} = \sum_{u=1}^t PL_u^{(i)}$  の値が近いということが似た状態であると考え、以下にアルゴリズムを示す。

(手順1) 通常のシミュレーション型モデル(枇々木(2001a))で問題を解く。 $k = 1$ , 目的関数の値を  $Obj_1$ , 累積運用損益の値を  $CPL_{t(1)}^{(i)*}$  とする。

(手順2)  $k \rightarrow k+1$  として、累積運用損益  $CPL_{t(k-1)}^{(i)*}$  を用いて、ある基準のもとで状態の集合  $V_{t(k)}^{st}$  を生成する。状態はパス番号で定義される。

(手順3) 定式化の中の  $V_t^{st}$  に  $V_{t(k)}^{st}$  を代入して、混合型モデルで問題を解く。目的関数値を  $Obj_k$  とする。

(手順4)  $Obj_k - Obj_{k-1}$ , もしくは (28) 式で計算した資産配分の偏差  $DCV(k)$  がある許容範囲に入っていれば、終了する。さもなければ、累積運用損益の値  $CPL_{t(k)}^{(i)*}$  を計算し、(手順2)へ戻る。

$$DCV(k) = \sum_{t=0}^{T-1} \sum_{s_t \in S_t} \sum_{j=1}^n |z_{jt}^{st*}(k) - z_{jt}^{st*}(k-1)| \quad (28)$$

ここで、 $z_{jt}^{st*}(k)$  は  $k$  回目の反復における最適解とする。 $CPL_{t(k)}^{(i)}, V_{t(k)}^{st}$  が  $CPL_{t(k-1)}^{(i)}, V_{t(k-1)}^{st}$  と等しくなれば、オリジナル問題を解くことと同じになる。

この近似アルゴリズムは、たとえ収束したとしても大域的最適解の導出を保証することはできない。このアルゴリズムは、目的関数値、資産配分、状態（パス）の集合が反復を繰り返して収束し、近似解を得ることを目的としている。理論的に収束する保証もないので、許容値として設定する値は必ずしも微小値にする必要はないが、収束しない場合には、ある程度の反復を繰り返したら終了し、目的関数がよい値を持つ最適解を採用する。

本研究では、累計運用損益  $CPL_t^{(i)}$  が一定のルールに従って定めたハードル  $L_t$  を越えるか否かによって、異なる意思決定を行うモデルを設定する。そこで、2項格子タイプの混合型モデル(図1の右図のノードが2つのタイプ)を用いて、以下に示すように、ハードル  $L_t$  を越えていれば、その状態(パス)をノード  $a$ , すなわち集合  $V_t^a$  に、超えていなければ、その状態(パス)をノード  $b$ , すなわち集合  $V_t^b$  に属すると設定する。

$$S_t = \{a, b\}, V_t^a = \{i | CPL_t^{(i)} \geq L_t\}, V_t^b = \{i | CPL_t^{(i)} < L_t\}$$

## 4 数値分析

提案するモデルの有用性を検証するために、数値分析を行う。本研究の数値分析で用いる資産運用や保険契約の特性は以下の通りである。

- 期間数：10期間 ( $T = 10$ )
- リスク資産：4資産 ( $n = 4$ )
  - 国内株式：TOPIX(東証株価指数)
  - 国内債券：NRI-BPI(野村ボンドパフォーマンスインデックス)
  - 外国株式：S&P 500(Standard & Poors 500種株価平均)
  - 外国債券：WGBI(シティグループ世界国債インデックス)
- 無リスク資産：Cash と表記する
- 資産運用に関するパラメータを以下に示す。これらの値を用いてシミュレーションパスを生成する。無リスク金利は0.1%とする。

	TOPIX	NRI-BPI	S&P	WGBI
期待収益率	5.00%	1.90%	4.50%	2.50%
標準偏差	16.08%	1.97%	15.54%	3.96%
相関係数行列				
TOPIX	1.0000	-0.3398	0.4697	-0.2310
NRI-BPI	-0.3398	1.0000	-0.0179	0.2408
S&P	0.4697	-0.0179	1.0000	-0.4873
WGBI	-0.2310	0.2408	-0.4873	1.0000

- 保険加入者は40歳男性で、保険金額が100万円の10年満期の年払養老保険に加入すると想定する。保険料算出のための基礎率として、予定利率は1.85%，生命標準生命表(1996)を用いる。年払保険料は101,496円。内、純保険料は91,581円とする<sup>17</sup>。
- 割引係数  $D_t(t = 1, \dots, T)$ ：割引率 (0.2%, 0.7%, 0.9%, 1.0%, 1.2%, 1.4%, 1.6%, 1.8%, 1.9%, 2.0%) に相当する割引係数を用いる。表2の  $Y_0$  の割引係数を参照されたい。

これらの設定条件のもとで以下の3種類のモデルを用いた計算結果を示す。

- ケース1：シミュレーション型モデル
- ケース2：(反復を含む)2項格子タイプの混合型モデル
- ケース3：制約条件を追加し、目的関数を変更した場合の混合型モデル

計算機は IBM ThinkPad, Pentium IV 2.13GHz, 2GBメモリ, 数理計画ソフトウェアとして NUOPT Ver.8((株)数理システム)を用いる。

#### 4.1 パラメータ設定のための予備分析

保険契約の本来的な収益性に応じた設定を行うために、いくつかの  $TCV$ ,  $r_E$  の組み合わせについてシミュレーション型モデルを用いて分析を行う。2種類の  $r_E(r_E = 1.5\%, r_E = 2.3\%)$  に対して、 $TCV$  を変化した場合の  $CV$  の分布および  $TCV$  と  $r_E$  の関係を調べる。

$TCV$  を変化した場合の  $CV$  の分布を見るために、図2を見てみよう。 $r_E = 1.5\%$  では  $TCV$  の変化によって、 $CV$  の分布が大きく変化する一方で、 $r_E = 2.3\%$  では  $CV$  の分布があまり変化しない。各パスごとにポートフォリオの要求期待収益率を設定しているため、 $r_E$  の値が高いと制約がきつくなる。その結果、自由度が低下することになり、 $CV$  の分布は変わらない。そこで、以降では  $r_E = 1.5\%$  を用いる。一方、10種類の  $TCV$  の値(10,000~100,000の10,000刻み)に対して分析を行った結果、95% VaR(Value at Risk) に近い値である  $TCV = 60,000$  を以降の分析で用いることにする( $TCV$  を下回る確率は3.1%である)。

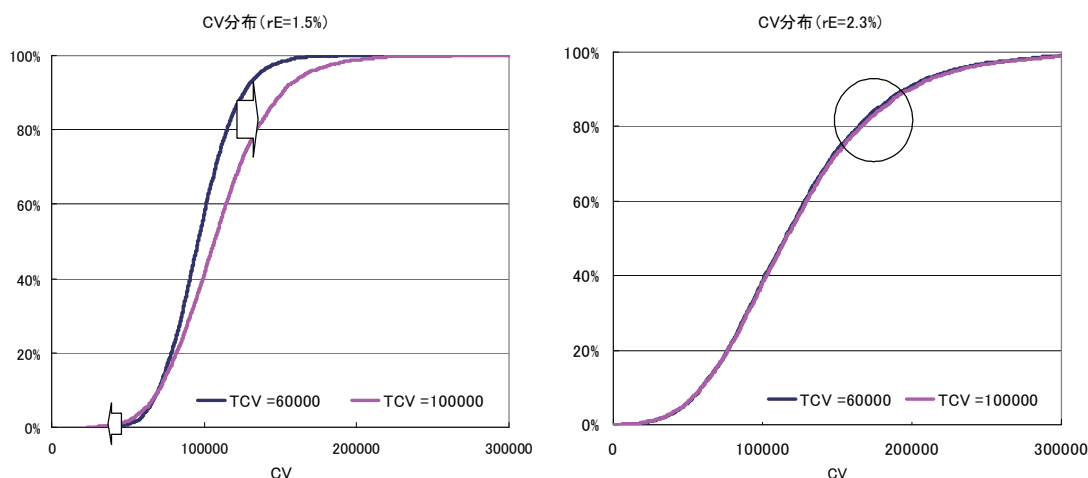


図2  $TCV$ ,  $r_E$  の設定による  $CV$  累積分布

#### 4.2 ケース1：シミュレーション型モデル

ケース2以降で、条件付き意思決定の効果を分析するために、シミュレーション型モデルによる計算結果を調べる。

<sup>17</sup>なお、責任準備金の計算のための予定利率についても、簡単のため、1.85%とする。また、実際の死亡率、解約率については詳細は割愛するが、一定の前提を置いてすべての分析に共通の値を用いている。

図3に、 $t$  時点 ( $t = 0, \dots, 9$ ) の4つのリスク資産と無リスク資産 (Cash) の投資金額と平均投資比率を示す。投資開始直後には株式 (TOPIX, S&P500) や外債への投資比率が高く、リスクが高いポートフォリオとなっている。しかし、資産規模が拡大するに従って、徐々に円債への投資比率が上昇し、安全な運用へと変化している。また、運用期間後半では投資比率が安定していることも特徴的である。これは、残存運用期間が短くなるにつれて、満期時点での富水準がある程度判明してくることで、ポートフォリオのリスクを低下させる行動をとるためである。すなわち、 $TCV$  を下回るリスクの最小化を目的関数にしているため、運用終了に近づくことによるディフェンシブな運用への変化、もしくは運用残高の増加による絶対リスク量増加の抑制効果が表れているものと考えられる。このような結果は、多期間最適化モデルでは、しばしば表れる効果であるが、 $TCV$  を上回っている場合には更なる上昇を犠牲にするという欠点もある。これは、富の水準に応じて意思決定を変えるという条件付き意思決定を行うことによって、改善することが期待される。

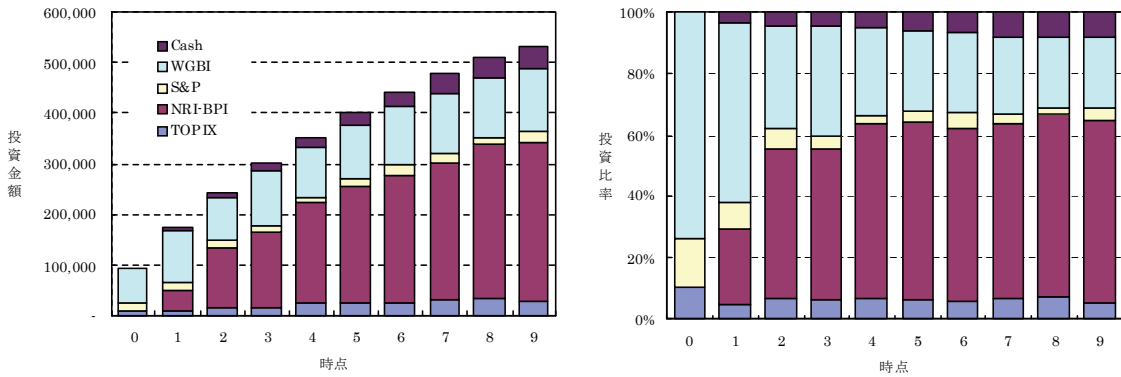


図3 資産別投資金額・投資比率の推移

### 4.3 ケース2：(反復を含む)2項格子タイプの混合型モデル

はじめに、異なる意思決定を行う境界であるハードルの設定を行う。3.3節にも示したように、資産規模の増加との関連性を維持するため、平均的な累計運用損益と連動するハードルを設定する。 $t = 1$  のハードルは、当期の保険損益とし、その後はこの保険損益を起点として累計運用損益の上昇率で増加するようにハードルを設定する。平均累計運用損益として、4.2節でシミュレーション型モデルで問題を解いたときの5,000パスの平均を用いる。累積保険損益、平均累計運用損益およびハードルの設定値を図4に示す<sup>18</sup>。

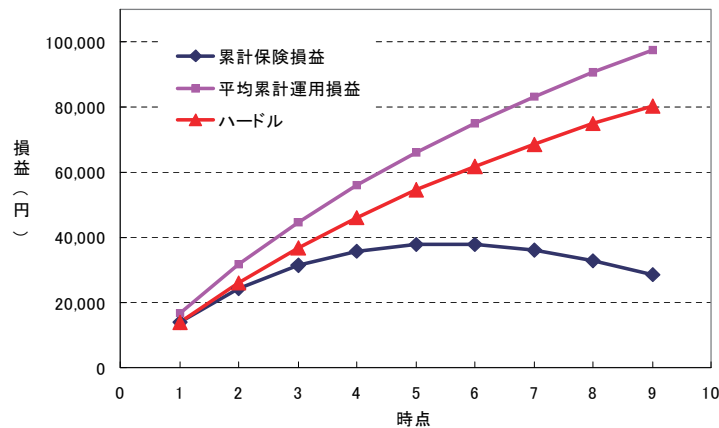


図4 累積保険損益、平均累計運用損益およびハードルの設定値

<sup>18</sup> 保険損益が運用損益の変動に対するバッファであるという視点で捉えると、累計保険損益が各期のハードル設定に対するメルクマールになる。しかし、図4を見ると、本研究で取り扱う養老保険の累計保険損益の場合には当初増加から減少に転じるため、資産運用残高の増加とリスクバッファの減少が相まって後半にリスクを大幅に抑制してしまうという懸念がある。シミュレーション型モデルで見たように、後半にリスク抑制型になる傾向があることも考慮し、累計保険損益を用いずに平均累計運用損益を用いる。

このハードル値を用いて反復アルゴリズムによって問題を解く。1回目はシミュレーション型モデルで問題を解いて得られた最適解のパスを用いて分類する。その結果を図5に示す。2項格子タイプではハードルの上下で分類される High/Low の2ノードで構成される。

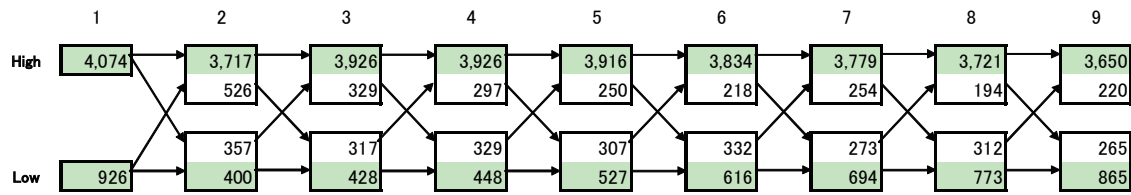
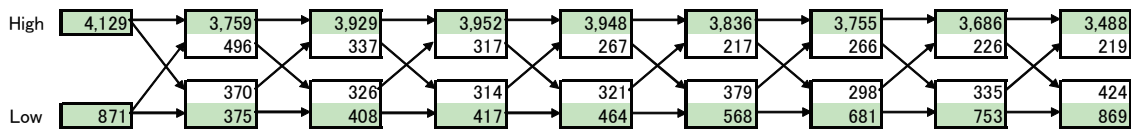


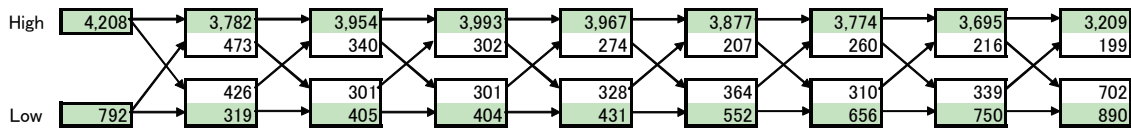
図5 2項格子意思決定構造(1回目:シミュレーション型モデル)

ハードルの設定が、平均的な運用損益をベースに設定されているため、High/Low のノードに属するパスの数は比較的安定している。5,000回のパスのうち、1,000回弱のパスが、ハードルを下回っている。2回目以降の最適化計算では、このノードに応じた意思決定を行う。最適化を繰り返した場合のノード変化と目的関数の変化をそれぞれ図6、図7に示す。図7を見ると、シミュレーション型モデル(1回目)に比べて、混合型モデル(2回目)を解くことによって目的関数は約20%程度減少する。ただし、High/Lowのノード数が大きく改善しないため、最適化を反復しても目的関数も改善傾向が継続していない。この点については、4.4.2項で再度検証を行う。

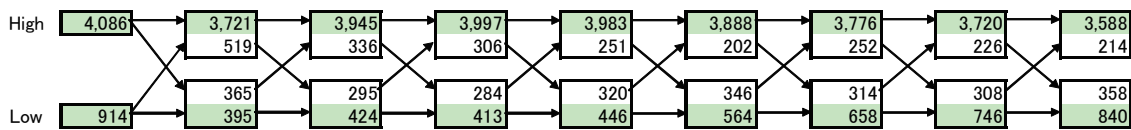
2回目



3回目



4回目



5回目

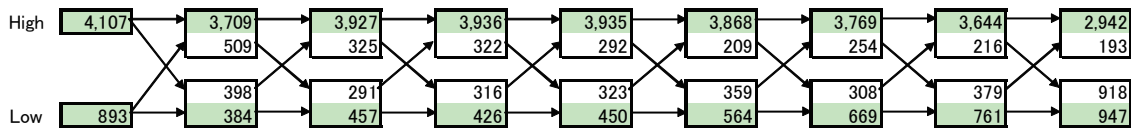


図6 2項格子意思決定構造(2~5回目:混合型モデル)

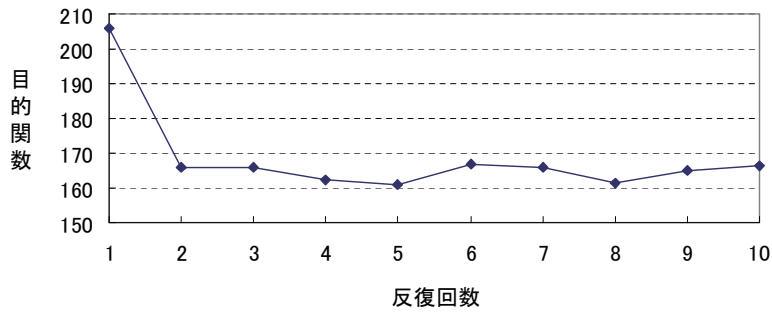


図7 反復計算による目的関数の変化

反復回数が1回目と5回目の場合のCV累積分布を図8に示す. 図8の右図は左図の下位5%部分を拡大したものである. 反復計算により,  $TCV$  を下回るダウンサイドリスクの減少効果が得られる一方で, アップサイド部分では逆に分布を引き下げてしまう効果があることが分かる.

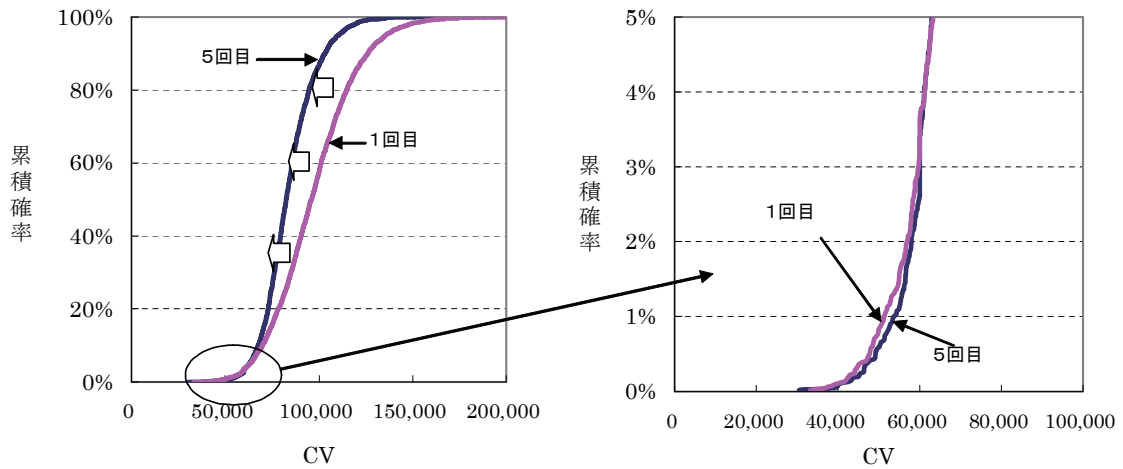


図8 CV累積分布

図9と図10にそれぞれ High/Low ノードに対する平均投資比率と平均投資金額を示す. ただし, 0時点の投資決定は High に含めている. High ノードと Low ノードでは, 投資行動に大きな変化が見られる. 最も違いが顕著なのは, High ノードの  $t = 7 \sim 9$  において, 急激に Cash の投資比率が高まることである. High ノードにおいては, かなり高い運用成果をあげていることが予想されるため, 運用終了時に近づくにつれて, 運用成果を確定させるために Cash への投資比率を上げている. シミュレーション型モデルでも見られた運用期間後半にディフェンシブなポートフォリオになるという特徴が更に顕著になっている. 一方, Low ノードにおいては, 最後まである程度のリスクを維持しながら, 運用成果が向上する機会を待つ戦略を取っており, ノードによって運用戦略が大きく異なる. 混合型モデルを用いることによって, 目的関数値の向上に加え, 条件付き意思決定の構造を表現することができる.

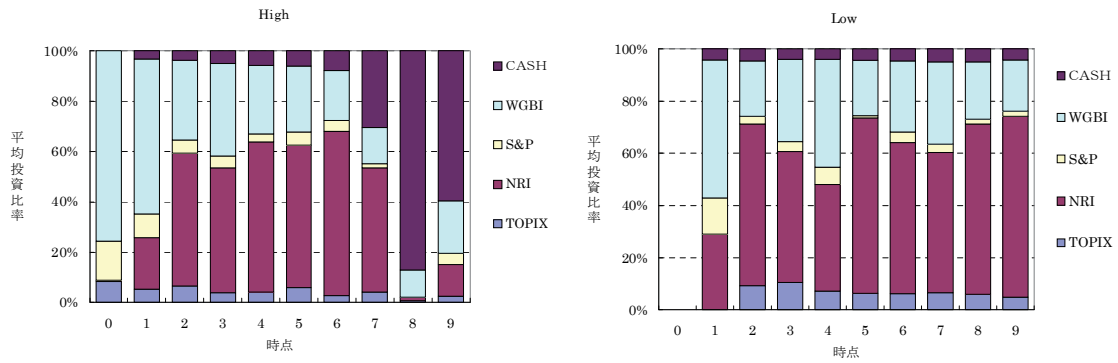


図 9 平均投資比率

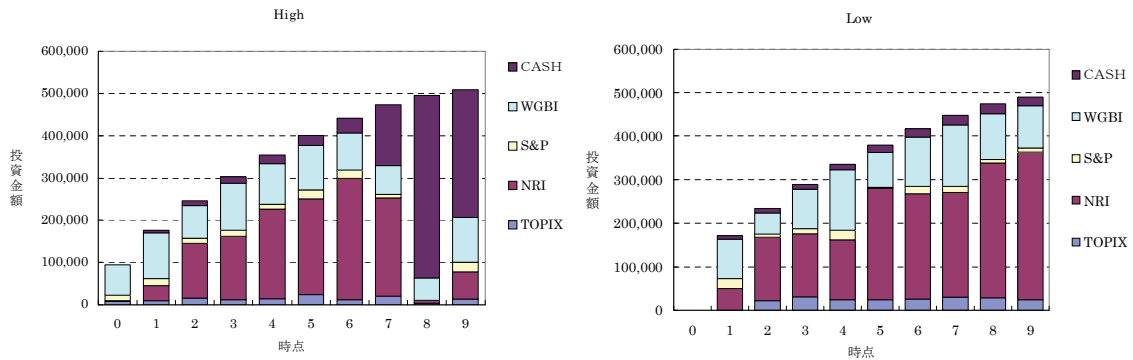


図 10 平均投資金額

#### 4.4 ケース 3：制約条件の追加と目的関数の変更

混合型モデルを用いることによって、目的関数値を約 20%削減することができたが、逆にアップサイドのポテンシャルを引き下げるといふ副作用が発生した。図8を見ると、分布変化は主にアップサイドに見られ、分布の形状を見る限り、ダウンサイドリスク圧縮効果よりもアップサイドの減少効果の方が大きい。このことへの対処法として、CVの期待値も考慮して、表1に示すような目的関数と制約条件の与え方を変更した2種類のモデルを用いて問題を解く。モデルB1はダウンサイドリスクを制約条件にして、CVの期待値を最大化する。分布が右方向にシフトすることが期待できる。一方、モデルB2はCVの期待値を制約条件にして、ダウンサイドリスクを最小化する。ダウンサイド部分の分布が改善することが期待できる<sup>19</sup>。以降、3.2.2項で示したモデルをモデルAと呼ぶ。

表 1 2種類のモデル

	モデルB1	モデルB2
目的関数	最大化 $\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I CV^{(i)}$	最小化 $\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)}$
制約条件	$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I q^{(i)} \leq LCV$ (14)~(27)式	$\frac{1}{I} \sum_{i=1}^I CV^{(i)} \geq UCV$ (14)~(27)式

<sup>19</sup> これらの2種類のモデルは  $LCV$  と  $UCV$  をそれぞれパラメトリックに変更して効率的フロンティアを描くならば等価なモデルである。ただし、反復計算を行うと収束する最適解の特徴に違いが見られるため、2種類のモデルに分けている。



#### 4.4.1 分析結果

モデルB1では  $LCV = 210$ , モデルB2では  $UCV = 103,000$  を用いて CV の期待値とリスクの変化を分析する. 各モデルを反復計算したときの目的関数値の変化を図11に示す. 図7と同様に, 混合型モデル(2回目)を解くことにより, 大きく目的関数が改善する様子を観察できる.

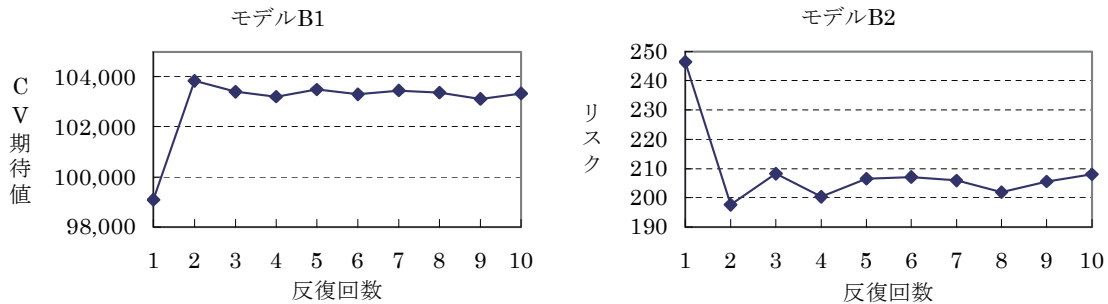


図 11 各モデルの目的関数値

モデルA(図8の5回目)とモデルB1, B2(2回目)のCV累積分布を比較するために図12を示す. 図12の右図は左図の下位1%部分を拡大したものである. 右図を見ると, 下位1%部分はモデルAの方が右に位置しており, ダウンサイドの分布はわずかに悪化している. しかし, 左図で全体的に見ると, CVの期待値を考慮することによって, モデルB1とB2は大きくダウンサイドのマイナス効果を受けることなく, アップサイドのマイナス効果を回復することができている.

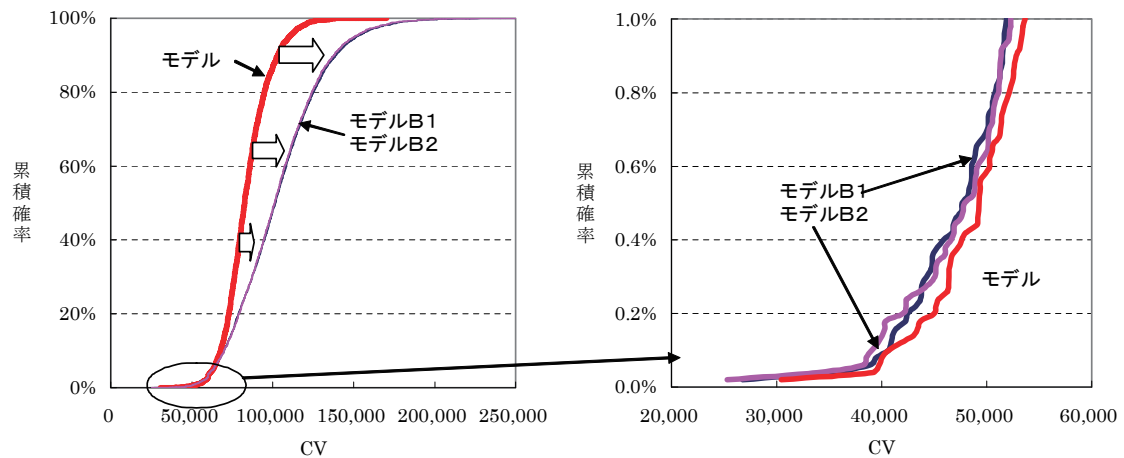


図 12 CV累積分布の比較

最適ポートフォリオの投資比率の違いを見るために, 図9, 図13, 図14を比べてみよう. 図9では, 運用損益を確定させるために満期近くのHighノードで無リスク資産を積み増していたが, CVの期待値を最大化, もしくは下限を新たな制約条件として追加することによって, 両モデルとも過度にリスクを高めることなく, CVを高めることができる.

次に, モデルB1とモデルB2の投資比率を比較してみよう. Highノードについては, モデルB2の円債比率が高いことが特徴的である. ダウンサイド抑制型のモデルB2の方が, よりリスク抑制型の投資比率になっている. その一方で, Lowノードについては, 運用開始直後は円債で一部に差異が認められるものの, ほぼ両モデルとも似通ったポートフォリオになっている. 目的関数に関わらず, Lowノードでは安定的なかつディフェンシブなポートフォリオを継続している.

リスク・リターン平面上で反復計算による変化を見てみよう. 以降, この平面上のプロットの動きを観察するとともに効率的フロンティアを用いていくつかの検証を行う.

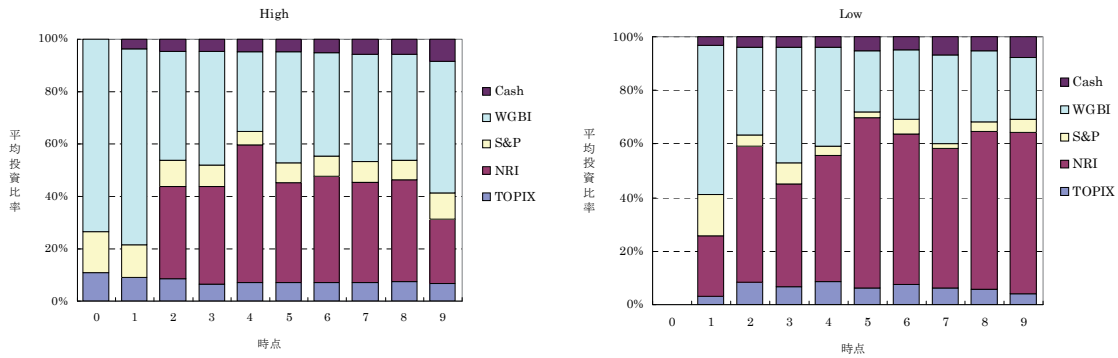


図 13 モデルB1の平均投資比率

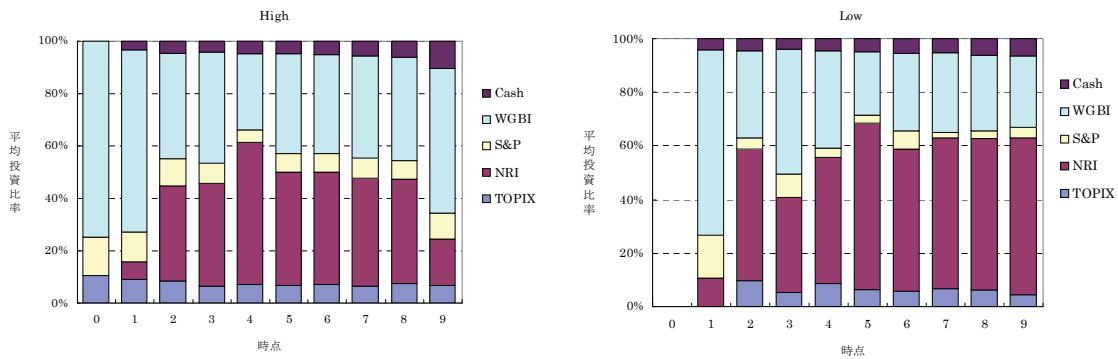


図 14 モデルB2の平均投資比率

#### 4.4.2 効率的フロンティアの導出

条件付き意思決定を行うことができる混合型モデルの導入によるリスク・リターン特性の改善の様子について効率的フロンティアを導出して検証する。図15(左)は図11の結果をリスク・リターン平面上で記したものである。混合型モデル(反復2回目以降)の結果はシミュレーション型モデル(反復1回目)の結果に比べて、制約値のラインに沿って、リスク・リターン特性が改善し、プロット平面上的左方/上方にシフトしていることが確認できる。これは、条件付き意思決定を含めたことによるリスク・リターン特性の改善効果である。

モデルB1では *LCV*、モデルB2では *UCV* のパラメータを変化させて、反復計算した結果を図15(右)に示す。反復計算を行うことで、リスク・リターンが改善した効率的フロンティアを導出することができる。同様にプロット平面上的左方/上方にシフトしている様子が観察される。ただし、混合型モデルで問題を解く2回目の反復で急速に改善した後は、あたかも効率的フロンティアに跳ね返されるかのように悪化することもあるが、一定の範囲内でプロット点が移動している。似た状態(パス)の集合の決定を同時に含めた問題は非線形計画問題であり、大域的最適解へ収束をさせることは難しいが、反復計算によるプロットの動きを観察すると、ほぼ効率的フロンティアの内側のある範囲内にあると判断してもよいだろう<sup>20</sup>。紙面の都合上、結果は省略するが、図15(右)の効率的フロンティア上の両端のポートフォリオを見ると、Highノードでは、CVの期待値が高いモデルB1のポートフォリオの方が、株式や外債の投資比率が高い。一方、Lowノードでは、前半はやや投資比率に違いは認められるものの、後半はほぼ投資比率が似通った傾向が見られる。

<sup>20</sup> 資産配分についても同様に、一定のレンジで変動している。具体的には、以下の点が観察される。

- ① 内外株式間、または内外債券間、すなわち、リスク特性の似通った資産同士で移動する。
- ② モデルAでは資産配分の変動が大きいのに対し、モデルBでは資産配分の変動が小さい。
- ③ HighノードよりLowノードの方が変動は小さい。

モデルBでは変動幅も小さくなっているが、資産配分の収束性については今後の課題としたい。

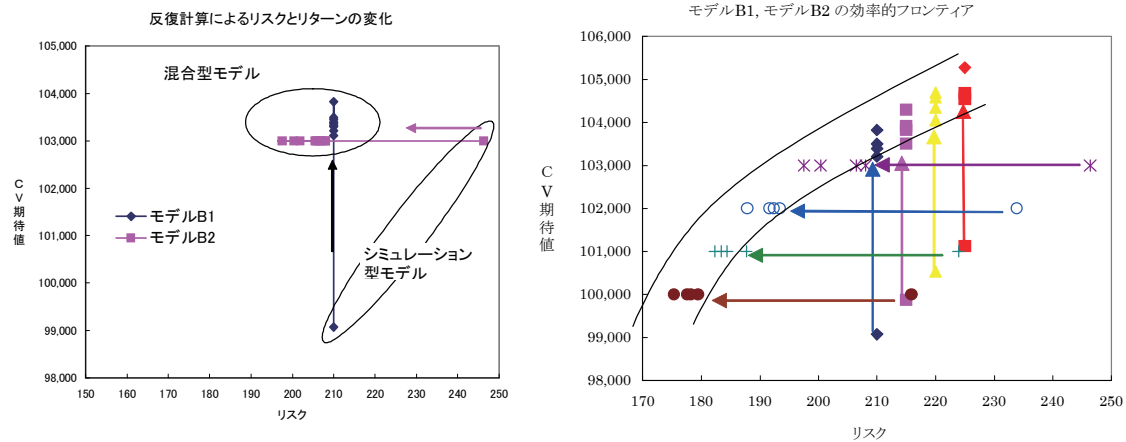


図 15 リスクとリターンの変化と効率的フロンティア

## 5 感応度分析

本章では、4.4節で提案した混合型多期間最適化モデルであるモデルB1およびB2を用いて、金利変動に対する感応度分析を行う。4章の分析では、債券の期待収益率や割引現在価値を求める際の割引率を固定している。しかし、2.3節でも述べたように、平準払い契約の場合には金利市場の動向によって保険契約の収益性が大きく変化する。保険から将来発生する利益の割引現在価値の期待値またはリスクを目的関数として利用するので、結果に与える金利の影響は大きい。そこで本章では、債券の期待収益率と予定利率の相対的な位置やイールドカーブの形状変化が最適戦略にどのような影響を及ぼすかを分析する。

イールドカーブは一般に、以下の成分でイールドカーブ変化を説明できることが知られている。

- パラレルシフト成分(イールドカーブの各年限の値が同じ幅で変化する)
- スロープ成分(イールドカーブの期間に応じて傾きが変化する)
- カーブ成分(イールドカーブの曲率が変化する)

主成分分析を行う場合、これらの成分は、イールドカーブの年限ごとの分散共分散行列の固有値、固有ベクトルを計算することで求められ、固有値の高い順に、上記主成分の寄与度となる。本研究ではこの方法を用いて、第一主成分に対する感応度として予定利率の変化に対する感応度を、第二主成分に対する感応度として割引率の傾き変化に対する感応度を分析する。

### 5.1 予定利率の変化

これまでの分析は予定利率が1.85%という前提で分析を行っている。予定利率の設定は、通常、保険契約の販売時点での市場金利を前提に決定される。一時払い契約であれば、契約締結時(保険料払込時)に市場を通じて債券を購入して満期まで保有することができるため、(死亡保険金の保証や解約の影響は除いて)満期までの金利変化の影響は受けなくて済む。しかし、平準払い契約の場合には、契約締結後から払い済みまでの間、継続的に保険料が払い込まれるため、その間の市場金利の変化が運用利回り上のリスクとなる。厳密なマッチング型ALMとフォワード契約の締結によって金利変動リスクを抑制することは可能であるが、その代償として収益性が犠牲になってしまう。また、予定利率は市場金利の変化に対して遅行すること、頻繁な変更ができないことなどから、予定利率決定から保険契約締結までの金利変化についてもリスクとして認識する必要がある。実際に現在の保険会社においては、バブル時代に販売した高い予定利率の保険契約の保険料の払い込みが続いており、いわゆる「逆鞘」として保険会社の収益の圧迫要因となっている。

ここでは、予定利率と保険契約締結時の市場金利(債券の期待収益率)との格差について分析する。市場金利とパス発生に用いる債券の期待収益率を固定して、予定利率を変動させることで、予定利率と市場金

利の相対関係の変化による、保険契約の収益性や最適解の変化を分析する。

予定利率が1.85%から1.95%に変化した場合の効率的フロンティアの変化を図16に示す。モデルB1は1.85%のときには  $LCV = 210, 215, 220, 225$ 、1.95%のときには  $LCV = 425, 430, 450, 470$  で、モデルB2は  $UCV = 100,000 \sim 103,000$ (1,000刻み) で問題を解く<sup>21</sup>。予定利率が10bp(0.1%)上昇することにより、効率的フロンティアが大きく右方向にシフトする。予定利率の上昇は(保険金額不変の中で)保険料の低下により、運用資産の低下をもたらす。例えば、予定利率が10bp上昇することによって、平準保険料は101,496円から、100,985円(-0.5%)に低下する。

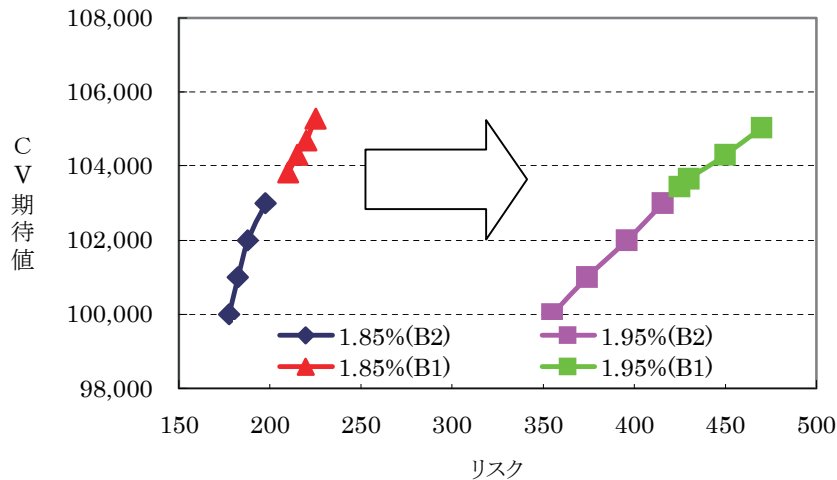


図16 予定利率変化による効率的フロンティアの変化

モデルB1の場合には、予定利率が上昇すると  $LCV$  の設定によっては実行不可能になり、最適解を求めることができない。 $LCV = 225$  では予定利率が1.85%のときには最適解を得ることができるが、1.95%の場合には求めることができない。これは、予定利率と債券の期待利回りの相対関係で効率的フロンティアが大きく変動するからである。モデルB1の効率的フロンティアの変動は右方向に大きいため、 $LCV$  の設定を適切にコントロールする必要がある。具体的にはそれぞれの予定利率ごとにモデルAでリスク最小化問題を解き、そのリスクよりも大きい  $LCV$  を設定すればよい。

モデルB2では、ダウンサイドリスクの増加が観察されるが、その増加幅は、予定利率の上昇に従って加速的に拡大している。これは、CVの期待値の下限が制約条件となっていることで、予定利率が増加しても単にCVの期待値の下方シフトが許されず、分布が広がることでリスクが拡大することを示している。

モデルB2における予定利率別の投資比率の推移を図17に示す。顕著な傾向は、予定利率が上昇することによって円債から外債へのシフトが進んだことである。運用資産の減少に伴い、CVの期待値の制約条件を満たすために期待収益率の高い資産にシフトしている。円債の期待収益率が1.9%のため、予定利率がこれを上回る場合には、円債中心の運用からのシフトが求められることになる。株式資産の増加もわずかに認められるが、外債の期待収益率(2.5%)を下回っている範囲では、外債中心の運用となるのは妥当な結果と言えよう。また、この傾向は両ノードにおいて共通の傾向となっており、比較的安定的な運用を行うLowノードにおいても、予定利率の変化に応じた資産配分の変化が見られる。

予定利率を変動させることによって、養老保険の収益性とそれに対応した最適戦略の変化を分析する。実際には予定利率というのは頻繁に変更されるものではないが、市場金利やフォワードカーブにインプライドされた期待収益率との相対関係は日々変化する。分析で明らかのように、順軌状態から逆軌状態になったときに最適化された投資比率に影響を及ぼすことが見られる。

<sup>21</sup>モデルB1とモデルB2はリスクとリターンをどちらを制約として問題を解くかによって(制約となるパラメータが異なることによって)、最適解を求めるモデルであるが、前述の通り、同じ効率的フロンティアを描くことができる。図16は各モデルのパラメータを用いて、効率的フロンティアの一部を描き出している。ただし、説明では簡単のため効率的フロンティアと記述する。

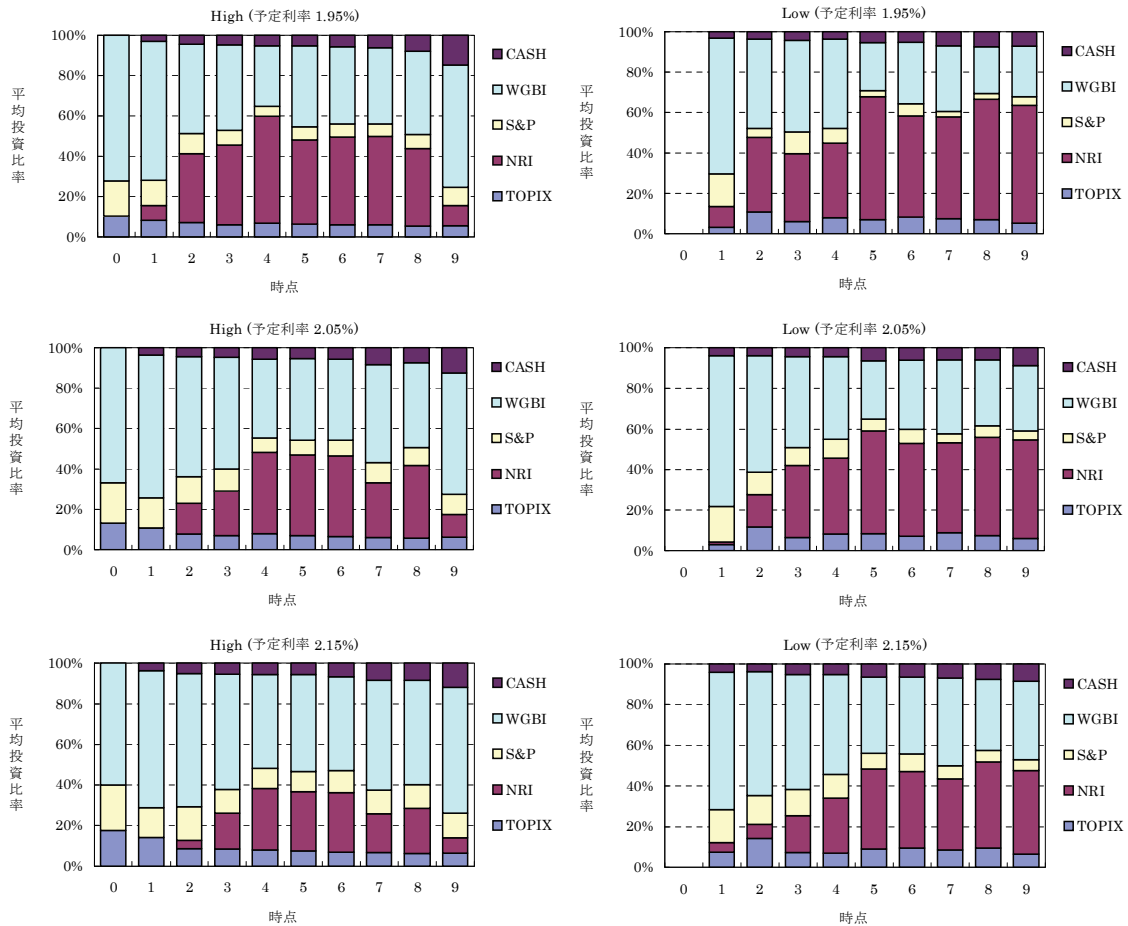


図 17 予定利率別投資比率の変化

予定利率の変化はダウンサイドリスクに対して大きく影響することも確認された。紙面の都合で省略するが、予定利率を1.85%から1.95%だけでなく、2.15%まで変化させた結果も見ると、わずか30bpの変化に対して、モデルB2ではリスク値が118から1,148まで増加する。保険契約の収益性のダウンサイドリスクをリスク管理のメルクマールとした場合、予定利率設定から保険契約販売に至るまでの市場金利の変化がその契約のリスク特性に大きな影響を及ぼすということであり、予定利率の設定と市場金利の変化に対するリスク管理を行う上で重要な示唆を与えている。

また、予定利率の変化に応じて、効率的フロンティアが右方向に大きくシフトすることも確認された。モデルB1では、LCVをパラメータとしているために、最適化計算に与える影響が大きく、予定利率に対する市場金利の変化に応じてパラメータを適切にコントロールすることが求められる。モデルB1は、実務的な側面から考えると、「リスク制約下での利益の最大化」を行うという意思決定プロセスとの融和性が高いというメリットを持つ反面、パラメータを設定する必要がある。しかし、この問題は効率的フロンティアを求めるプロセスを実行し、パラメータの範囲を定めることによって回避できる。

## 5.2 割引率

金利変化による最適化戦略の感度分析として、イールドカーブの傾き(第2主成分)変化に対する感応度を分析する。イールドカーブのフラットニングは、長期の利益に対する割引が相対的に浅くなり長期利益のウェイトが高くなる一方で、長期利益のボラティリティも高いため、これらの要素が互いに作用しながら期間利益に影響を与えると考えられる。一般的にイールドカーブのリスクのうち、第2主成分のリスクは全体の約2割程度を占めるとされ、ALM戦略上、非常に重要な位置付けを持つと考えられる。

分析で用いる3つのイールドカーブと割引係数を表2に示す。これまで用いてきたイールドカーブ(Y0)を基準に、予定利率を決定する際の主要参照金利である10年金利を固定して、それ以下の期間の金利を変動させている。Y1はスティーピング(ブルスティープ)、Y2はフラットニング(ベアフラット)である。

表2 イールドカーブの変化

		1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y
Y0	ゼロクーポンイールド	0.2%	0.7%	0.9%	1.0%	1.2%	1.4%	1.6%	1.8%	1.9%	2.0%
	割引係数	0.9980	0.9861	0.9735	0.9610	0.9421	0.9200	0.8948	0.8670	0.8442	0.8203
Y1	ゼロクーポンイールド	0.0%	0.5%	0.7%	0.9%	1.1%	1.3%	1.5%	1.8%	1.9%	2.0%
	割引係数	1.0000	0.9896	0.9780	0.9661	0.9473	0.9248	0.8990	0.8700	0.8458	0.8203
Y2	ゼロクーポンイールド	0.4%	0.9%	1.1%	1.1%	1.3%	1.5%	1.7%	1.8%	1.9%	2.0%
	割引係数	0.9960	0.9827	0.9690	0.9559	0.9369	0.9151	0.8907	0.8640	0.8425	0.8203

予定利率が1.85%のときの図16(Y0の結果)にイールドカーブが変化した場合(Y1, Y2)を加えた結果を図18に示す。スティーピング(Y1)に対して、モデルB1でCV期待値の増加、モデルB2ではリスクの減少が見られる。モデルB1は同じリスク値に対して、CV期待値の増加(効率的フロンティアでは上方シフト)方向に変化し、その感応度は高い。一方で、モデルB2については、スティーピングによって効率的フロンティア上のプロットが左方にシフトし、リスク抑制の方向に変化しているが、そのシフト幅は小さい。

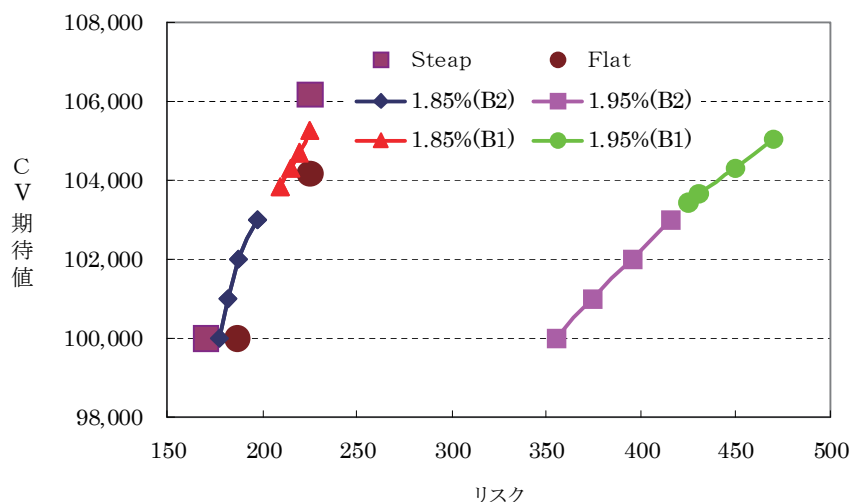


図18 イールドカーブ変化によるリスク・リターンの変化

イールドカーブ別(Y1, Y2)の場合の資産別の平均投資比率の推移を図19, 図20に示す。Highノードについて、モデルB1とモデルB2でイールドカーブ変化に対する投資行動の変化が確認できる。モデルB1ではY1(スティーピング)に対して、運用期間後半に株式資産の増加傾向、債券内での外債比率の上昇など、リスク増加傾向が認められる。一方、モデルB2では株式資産には大きな変化はなく、逆に債券内での外債比率については逆に低下しており、リスク減少傾向が認められる。特に、モデルB1はイールドカーブの変化に対して最適投資比率の変化幅が大きい。この傾向は効率的フロンティア上で確認した結果と整合的である。一方、Lowノードでは投資比率の大きな変化は認められない。紙面の都合上示していないが、CV分布を見てみると、主にアップサイドへの影響が大きくダウンサイドには影響が小さいため、Lowノードへの影響が小さいものと推測できる。

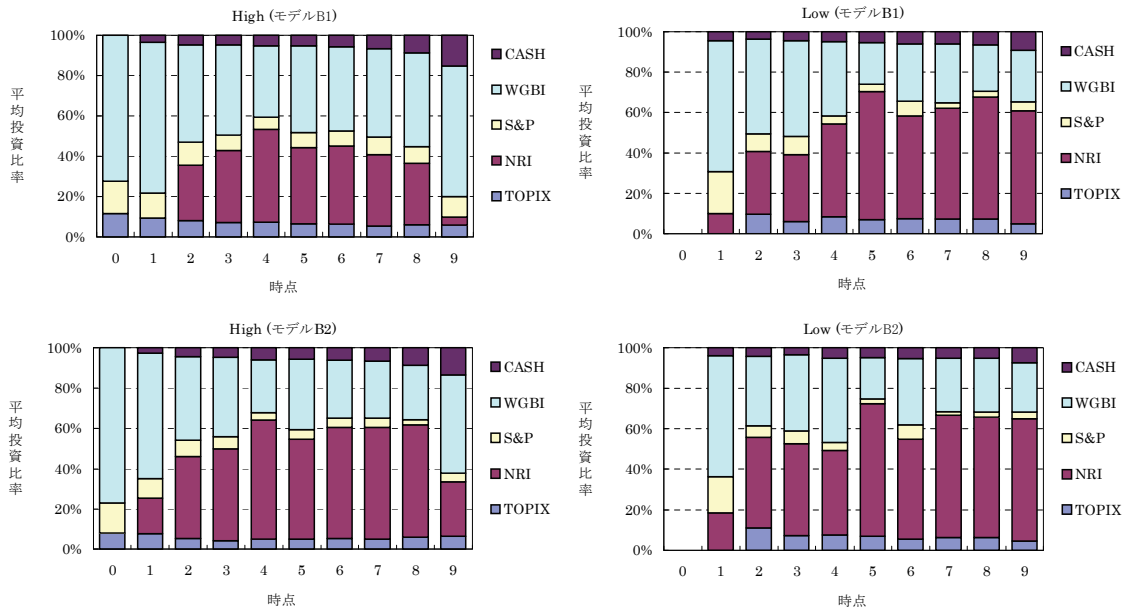


図 19 イールドカーブ別投資比率の変化(Y1)

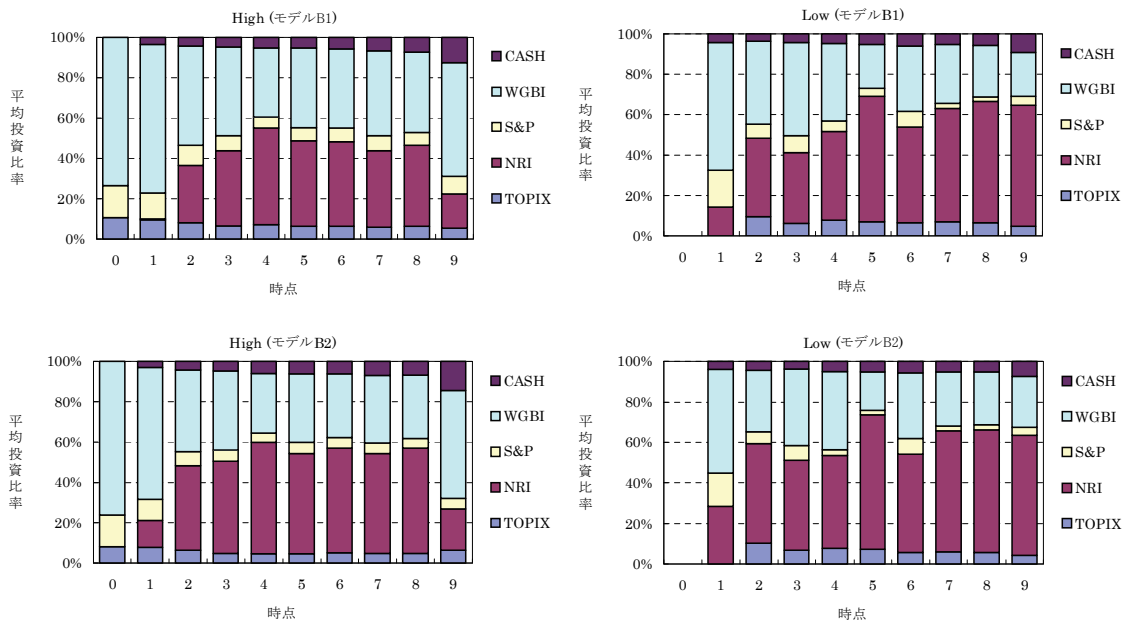


図 20 イールドカーブ別投資比率の変化(Y2)

イールドカーブに対しては予定利率に対する変化と比較してその影響度は小さいものの、最適な投資行動に影響を及ぼすことが確認できる。主に運用期間後半(運用資産残高の高い)時期に影響を及ぼす。結果的には、スティーピングによりHighノードを中心にリスク拡大の余地が大きくなる。これは運用前半の割引率低下による相対価値の増加によるリスク許容度の拡大と捉えられるであろう。

次に割引率による期間損益を保険収支と運用収支の期間構造の視点から分析する。養老保険から発生する保険収支の推移を表3に示す。

保険契約は契約当初から解約や死亡などで徐々に減少し、保険料収入が減少するとともに保険金支払いや解約による支払いが増加するため、保険収支は期間を経過するごとに減少していく。これに運用損益収支を加えたのが保険全体から発生する利益になる。保険会社の期間損益の安定化には、この保険収支の期間配分を考慮しつつ資産運用収支の期間配分をコントロールする必要がある。

表 3 保険収支とキャッシュフローの推移

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
保険収支	13,966	10,292	7,099	4,379	2,040	27	-1,659	-3,127	-4,347	-5,434
キャッシュフロー	93,892	77,677	64,476	52,533	43,565	38,073	30,859	24,363	18,530	13,301
保険収支率	14.9%	6.0%	3.0%	1.5%	0.6%	0.0%	-0.4%	-0.7%	-1.0%	-1.2%

本研究では、保険全体から発生する利益の割引現在価値を目的関数としている。保険期間が経過するにつれて資産運用残高は増加する一方で保険収支は低下するため、利益合計の安定化を目指し運用損益の影響が大きくなる。また、満期に近づくにつれてディフェンシブな運用にシフトするのは、資産運用のリスクが大きくなることを避ける合理的な投資行動であると言える。

イールドカーブ変化のうち、Y1とY2における5,000パスの資産運用収益率の平均と標準偏差を期間別に分析したものを表4に示す。運用期間後半に、資産運用利回りと標準偏差が低下している様子が観察される。さらにY1とY2を比較すると、B1においてはY2の方がよりディフェンシブになっているのに対し、B2ではポートフォリオのリスクに大きな変化は認められない。元々リスク水準の高いB1においてはイールドカーブのフラットニングによって、保険開始当初の利益がマイナス評価(割引係数の低下)になるため相対的に保険収支のウェイトが減少し、リスクバッファの低下を通じてよりディフェンシブな運用を要求されると考えられる。

イールドカーブの変化は、運用資産残高やリスクバッファの評価を通じて保険の収益性や最適投資比率にも影響を及ぼすことが確認された。単なる参照金利の変化だけでなく、イールドカーブの変化を含めた最適化モデルの必要性を示唆する結果と言えよう。

表 4 資産運用利益率の推移(平均・標準偏差)

			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y1	B1	平均	3.17%	2.84%	2.65%	2.52%	2.46%	2.46%	2.50%	2.52%	2.49%	2.52%
		標準偏差	3.56%	3.18%	2.67%	2.27%	2.16%	2.28%	2.28%	2.32%	2.42%	2.74%
	B2	平均	3.07%	2.68%	2.45%	2.38%	2.28%	2.31%	2.33%	2.33%	2.25%	2.36%
		標準偏差	3.26%	2.70%	2.15%	1.94%	1.81%	1.94%	1.90%	1.90%	1.89%	2.21%
Y2	B1	平均	3.15%	2.83%	2.62%	2.50%	2.43%	2.41%	2.46%	2.49%	2.44%	2.47%
		標準偏差	3.49%	3.15%	2.56%	2.22%	2.08%	2.16%	2.20%	2.24%	2.25%	2.49%
	B2	平均	3.08%	2.69%	2.45%	2.38%	2.29%	2.29%	2.35%	2.37%	2.32%	2.39%
		標準偏差	3.29%	2.75%	2.13%	1.94%	1.82%	1.92%	1.94%	1.96%	1.96%	2.30%

## 6 おわりに

本論文では生命保険会社が採用すべきALM戦略を導くために、平準払い養老保険を負債として考慮した最適資産運用戦略を決定する多期間最適化モデルの構築を行った。保険会社の価値指標であるエンベデッドバリューの概念をモデルに導入するとともに、シミュレーション・アプローチで条件付き意思決定も可能な混合型多期間最適化モデルを反復的に解くことによって最適解を導く方法を提案した。モデルの有用性を検証するために、数値分析を行った。

保険契約の本来的な収益性に応じた設定を行うために、いくつかの $TCV$ 、 $r_E$ の組み合わせについてシミュレーション型モデルを用いて分析を行った。運用資産の積み上がりとともにポートフォリオのリスクが変化する様子を観察した。運用開始当初は、保険関係損益が大きく運用資産が小さいことから比較的风险の高いポートフォリオを選択する傾向にあるが、期間の経過とともに運用資産の増加や保険関係損益の減少により、リスクを抑制するポートフォリオにシフトしていく様子が観察された。 $TCV$ 、 $r_E$ の設定はポートフォリオの自由度に影響を与えるため、適切な値の設定が必要であることが分かった。

条件付き意思決定を含む混合型モデルの枠組みで、同時に似た状態の集合の決定も含めて問題を解く方



法として、反復計算により最適解を導出する近似アルゴリズムを提案した。混合型モデルを用いることによってリスク最小化やCVの期待値などの目的関数値の改善が確認できた。累積運用損益水準が低いノードでの投資行動は安定的かつ保守的なポートフォリオを維持し、累積運用損益水準が高いノードでの当初の投資行動はリスクの高いポートフォリオとなる一方で、運用期間後半には保守的なポートフォリオに移行して目標を確保する行動が最適であることが分かった。しかし、CVの期待値が低下するなどの副作用が認められたため、リスク上限制約付きのCVの期待値最大化モデル(モデルB1)やCVの期待値の下限制約付きリスク最小化モデル(モデルB2)を用いて問題を解いた。これらのモデルを用いることによって、リスク・リターン特性の改善したポートフォリオが得られることを確認できた。また、CVの期待値とリスクの関係をプロットすることで効率的フロンティアを導出し、混合型モデルのリスク・リターン特性がシミュレーション型モデルよりも改善している様子を示した。

さらに、金利変動に対する感応度分析を行った。市場金利の期待利回りと予定利率の相対関係の変化が、CVの期待値やダウンサイドリスクに大きな影響を及ぼすとともに、最適投資比率にも影響を及ぼすことが確認できた。市場金利の期待収益率が予定利率を下回る場合には、円債中心の運用から期待利回りの高い資産(外債)にシフトすることが確認できた。また、イールドカーブの変化もCVの期待値やダウンサイドリスクに影響を及ぼすことが確認された。影響度合いは予定利率の上昇に比べると小さいものの、イールドカーブのステイプニングがCVの期待値の向上につながることを確認できた。

最後に今後の研究課題として、生命保険のALM戦略の視点について述べておきたい。本論文では、保険から発生する将来キャッシュフローを明示的に記述し、多期間最適化モデルを用いて生命保険の資産運用戦略を構築した。一般的に、将来キャッシュフローに対するマッチング型ALMと平均・分散アプローチの両戦略はアプローチの違いと期待される収益率が異なるという印象から別の戦略として捉えられることが多かったが、多期間最適化の目的関数にCVの概念を導入することで、両戦略の概念上の融合を図ることができる可能性を見いだしたと言えよう。保険商品に関するALMという視点では、このような金利市場から受ける保険の収益性の変化やリスクの期間配分に対する示唆を得ることができたという点で意義深いものである。

一方、本論文には将来の金利環境を示唆するイールドカーブのモデル化が織り込まれていない。イールドカーブが将来金利の予測ツールとして有効かどうかの議論は置いておくとしても、将来金利の予測は将来購入する利回り(債券価格)に影響するため、保険契約の価値が大きく変動する。保険負債に応じたALM戦略とはこのような金利の再投資利回りの変化による価値変化を抑制することがひとつの目的である。厳密なリスク抑制を行うとすれば、イールドカーブでインプライドされる金利を用いて将来購入する割引債価格を予測し、現時点で購入価格を確定するようなフォワード契約を結ぶことで(解約がなければ)保険のCVを確定することができる。保険会社にとってはこのようなフォワード契約を結ばずに平均的な運用利回りを期待して放置することが大きなリスクテイクであることに留意しなければならないし、現在の保険会社の逆鞘問題はこのリスクの顕在化に他ならない。

2.3節でも述べたように、平準払い保険のような将来のキャッシュフローに対する利回り保証を適切に評価しヘッジ戦略を構築するためには、将来の運用利回りをインプライドするイールドカーブをモデル化してマッチング型ALMとの比較分析を行う必要がある。本研究では投資対象としてNRI-BPIという市場インデックスを用いている。そのためにイールドカーブとの整合性が表現されていないと同時に運用資産の満期が表現されていないため、マッチング型ALMとの整合的な比較分析ができていないという欠点がある。しかしながら仮に予定利率が市場のイールドカーブと整合的に決定されており、かつ保険販売と同時に将来の運用利回りをヘッジする手段(フォワード契約)を講じることができる場合、それは将来キャッシュフローの複製戦略となり資産運用からの収益はほぼリスクフリーと等価となる(死亡率、解約率等を確率論的に捉えた場合を除く)。したがって、本論文は将来キャッシュフローに対する多期間最適化戦略(条件付き意思決定を含む)のフレームワークと適切な目的関数と制約条件の設定による付加価値を表現したものと言えよう。今後はイールドカーブのモデル化を行い、運用対象資産に期間構造を持たせた上で同様の最適化戦略を組み込んでいくことを検討したい。

生命保険に関しては、契約締結と同時に将来のキャッシュフロー発生が予測されると同時に支払い事由が

将来発生することから、収益の認識が難しいという性質がある。このような困難さに対して、企業価値の観点から生命保険会社の特性を考慮した様々な試みがなされている。しかしながら、将来のキャッシュフローに対する意思決定の期間構造やリスクを考慮したCVの計測方法は確立されておらず、本稿で提唱した手法はこのような議論に一石を投じることができるものと期待される。リスク許容度に応じた投資行動の変化や企業価値の金利感応度などとの整合性を維持し、極めて実勢に近い形で価値測定が可能になれば、保険会社の価値測定はより高度化することが期待される。

## 参考文献

- [1] 枇々木規雄(2001a),「戦略的資産配分問題に対する多期間確率計画モデル」, *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **44-2**, 169-193.
- [2] 枇々木規雄(2001b),「最適資産配分問題に対するシミュレーション/ツリー混合型多期間確率計画モデル」, 高橋一編, *ジャフイー・ジャーナル*[2001] *金融工学の新展開*, 89-119.
- [3] キャンベル, ビセイラ 著, 木島正明 監訳, 野村証券金融経済研究所 訳(2005),『長期投資のための資産配分の考え方』, 東洋経済新報社.
- [4] 枇々木規雄, 小守林克哉(2006),「多期間最適資産形成モデル — 実践的なモデルへの拡張 —」, 『日本保険・年金リスク学会誌』, **2-1**, 3-31.
- [5] 枇々木規雄, 小守林克哉, 豊田暢子(2005),「多期間最適化手法を用いた世帯の資産形成モデル」, 『日本保険・年金リスク学会誌』, **1-1**, 45-68.
- [6] 本多俊毅,「投資機会が変動する場合の最適ポートフォリオについて」, 『現代ファイナンス』, **6**, 19-45.
- [7] Bogentoft, E., H. Romeijn and S. Uryasev(2001), “Asset/Liability Management for Pension Funds Using CVaR Constraints,” *The Journal of Risk Finance*, **3**, 57-71.
- [8] Hibiki, N.(2003), “Hybrid simulation/tree stochastic optimization model for dynamic asset allocation,” B. Scherer (eds.), *Asset and Liability Management Tools: A Handbook for Best Practice*, Risk Books, 269-294.
- [9] Hibiki, N.(2006), “Multi-period Stochastic Optimization Models for Dynamic Asset Allocation,” *Journal of Banking and Finance*, **30-2**, 365-390.
- [10] Hibiki, N.(2007), “Multi-period optimization model for a household, and optimal insurance design,” *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **50-4**, 463-487.
- [11] Merton, R.C.(1969), “Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous-time case,” *Review of Economics and Statistics*, **51-3**, 247-257.
- [12] Mulvey, J.M. and W.T. Ziemba(1995), “Asset and Liability Allocation in a Global Environment,” Jarrow et al.(eds.), *Handbooks in Operations Research and Management Science, Volume 9, Finance*, 435-463. (邦訳: 枇々木規雄(1997), *グローバル環境における資産負債配分*, 今野浩, 古川浩一監訳, *ファイナンスハンドブック*, 424-450.)
- [13] Samuelson, P.A.(1969), Lifetime portfolio selection by dynamic stochastic programming, *Review of Economics and Statistics*, **51-3**, 239-246.

# A Multi-period Optimization Model for Asset and Liability Management in Life Insurance Companies

Hisao Nishimura\*, Norio Hibiki†

Received 26 June 2007, Accepted 7 December 2009

## Abstract

In this paper, we discuss an optimization model to manage asset and liability in life insurance companies. We formulate a multi-period optimization model to decide an optimal investment strategy in the asset side with endowment insurance in the liability side. We describe future cash flow streams under some actuarial assumptions for mortality rate, expected costs and investment return. We use the multi-period hybrid optimization model in the simulated path approach (Hibiki(2001), Bogentoft et al.(2001)) to make conditional decisions for various states, and propose the iterative algorithm to solve the multi-period optimization problem. The model is analyzed with numerical examples. It is assumed to invest four kinds of assets(TOPIX, Nomura BPI, S&P500, WGBI), and a risk free asset. The results show that we illustrate the multi-period optimal investment strategy which reflects the liability risk characteristics and insurer's financial conditions, and the usefulness of the model in a practical sense.

**Keyword:** Asset and Liability Management, Multi-period optimization, Life Insurance Company

---

\*Mitsui Life Insurance Co.,Ltd., E-mail: Hisao\_Nishimura@mitsui-seimei.co.jp

†Keio University, E-mail: hibiki@ae.keio.ac.jp