講　演

産学共同による ERM 文献翻訳の取組み

日本大学　田中　周二
早稲田大学（基幹理工・清水研究室）　岡田　秀路
メットライフ生命　渡辺　裕介

日本アクチュアリー会第 7 回例会講演 2018 年 12 月 22 日早稲田大学

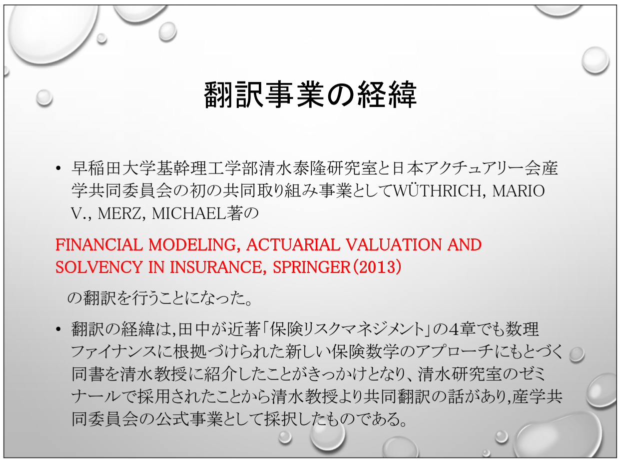
（講演原題「日本アクチュアリー会（産学共同委員会）と早稲田大学（基幹理工・清水研）による共同取組みについて：ERM に関する学術書翻訳事業」）

【司会】 続きまして、日本アクチュアリー会産学共同委員会と早稲田大学基幹理工・清水研究室による共同研究ということで、日本大学の田中先生から、よろしくお願いいたします。

田中周二 氏

【田中】 日本大学文理学部の田中ですが、日本アクチュアリー会では産学共同委員長を務めております。

産学共同委員会は、このような大学や学会のイベントと協力、あるいは、研究や教育関係で大学といろいろな協力をしています。例えば、大学に非常勤講師の派遣なども行っているのですが、新たな取り組みとして、一つ、大学の研究者とさまざまなディスカッションをする場として、昨年度からアクチュアリー会と保険年金リスク学会と共同の研究集会を始めております。



今年の夏くらいから早稲田大学の清水先生と話をする中でアクチュアリー会と清水研究室のゼミの方とで共同翻訳事業をやろうということになりましたので、現在進行中のことをご紹介いたします。

具体的には、「FINANCIAL MODELING,

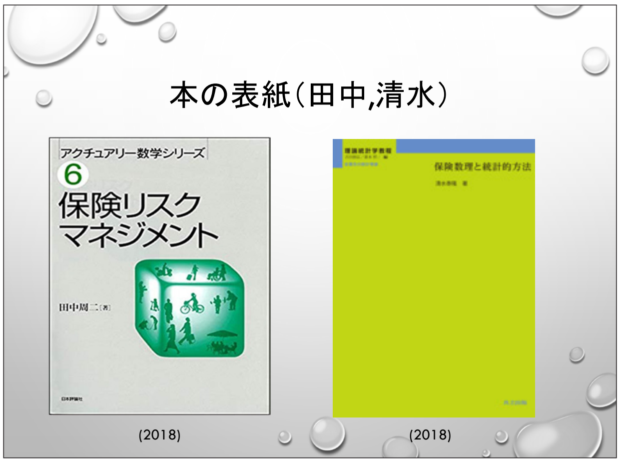
ACTUARIAL VALUATION AND SOLVENCY IN INSURANCE」というSPRINGERから2013年に刊行されました、WÜTHRICH, MARIOとMICHAEL MERZの両教授の共著であります。

この翻訳の経緯ですが、後でちょっと表紙をお見せしますが、「保険リスクマネジメント」という私が書いたERMの本の4章で要約を紹介しているのですが、出版当時に早速読んで見て、この本に非常に関心を持ちました。数理ファイナンスに根拠づけられた新しい保険数学アプローチということで、実際の日本で行われている保険数理は明治以来のあまり進歩のないスタイルなのですが、欧米では少しずつではありますが徐々に進展がありまして、その一つの一里塚的な重要性のある本ではないかということで、清水先生にお話をしたところ、実は清水研究室のゼミの本として輪読しているという話がありました。「それでは、一緒に共同翻訳をしたらどうか」ということで、産学共同委員会の公式の事業として採択したという経緯になっております。

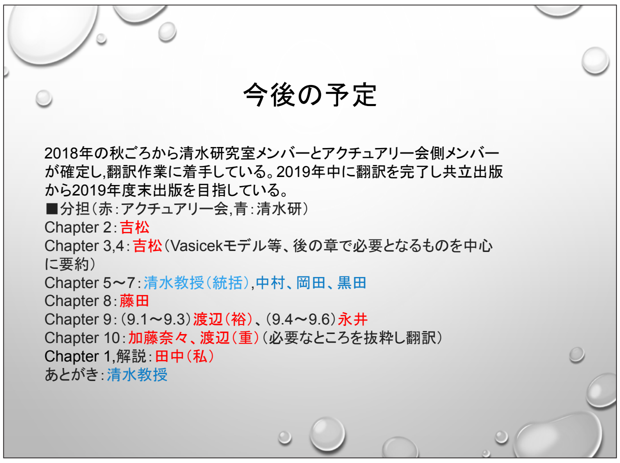
こちらの写真がMARIO WÜTHRICHです。ETH, ZURICHには、BühlmannやEmbrechtsという大教授がいらっしゃいました。その方やDelbaenさんなど、数理ファイナンスが非常に盛んで、RiskLabなど、いろいろとそのような組織も作っておりますが、一方で、保険についても非常に研究が進んでおります。数学科として保険を取り上げている大学がヨーロッパには幾つかあるのですが、その中でも一番進んでいるのではないかと思います。MARIO WÜTHRICH教授はETH, ZURICHの非常に若手の教授ですが、今、保険やアクチュアリー分野のホープと言われている方です。

たまたまベルリンのICA2018にちょうど来られていたので、直接お話をして、「翻訳したい」と言いましたら、すぐ快諾いただきまして、あとは、清水先生の方で具体的な交渉を行い、出版社も共立出版にお願いしたところ引き受けていただきましたので、1年くらいかけてこの本を翻訳していこうということであります。

このMARIO WÜTHRICHの「FINANCIAL MODELING」の前に、実は2010年に「Market-Consistent Actuarial Valuation」という薄い本ですけれども、これの先駆けとなるような本があります。これはビュールマン(Bühlmann)とフューラー(Furrer)との3人の本です。これを、かなり内容を濃くしたものになっています。しかもこの本のいいところは、かなり実例が入っておりまして、実際のスイスソルベンシーテストという、スイスのリスク規制、ソルベンシー規制の理論的バックボーンを成す本としても非常に価値があります。これから、具体的な本の中身については、清水研究室の岡田さんから、実務の関係につきましては渡辺さんからご紹介をすることになっております。



それで、先ほどの『保険リスクマネジメント』は、つい最近出版したのですが、その4章、さらに5章も少し関係があり、この本の紹介となっております。それから、清水先生の方は、同じように『保険数理と統計的方法』という本がこれはシリーズでございますが、共立出版から、つい最近出版されました。ご興味のある方は、ぜひご購入いただき、読んでいただければと思います。



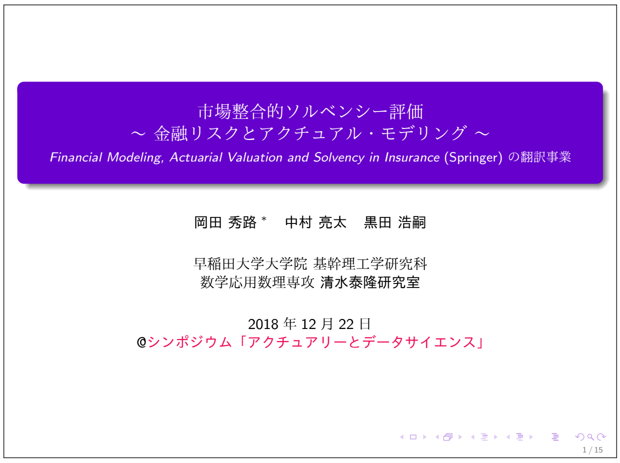
今後の予定ですが、分担がこのように決まっております。2019年度末に出版を予定しておりまして、翻訳自体は2019年末くらい、ちょうど来年の今頃には完了したいと思っております。分担も、赤字がアクチュアリー会側の担当者であり、青字が清水教授以下のゼミの担当の方です。これは、全訳するととんでもなく分厚い本になってしまうので、部分訳となりますが、重要な部分は全部、翻訳したいと考えています。

私からは以上でございます。

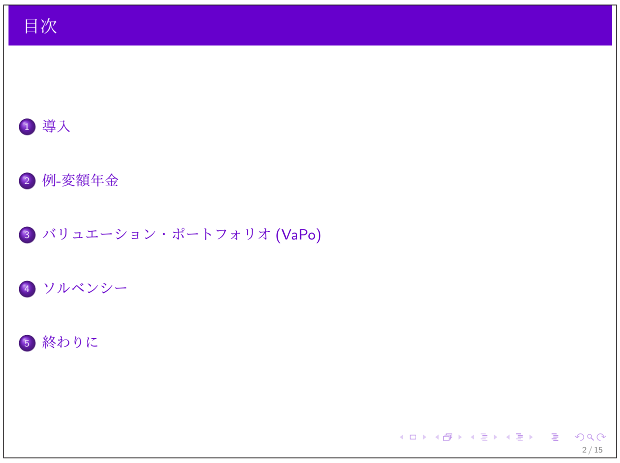
【司会】 ありがとうございます。

引き続きまして、この中身になりますけれども、早稲田大学基幹理工学研究科の清水研究室の岡田さんから、プレゼンをよろしくお願いいたします。

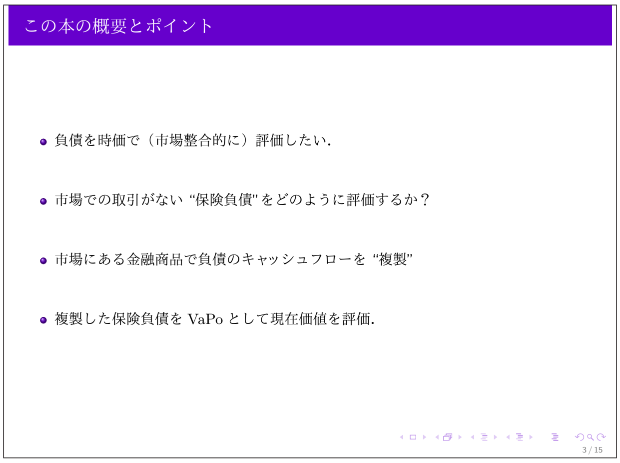
岡田秀路 氏



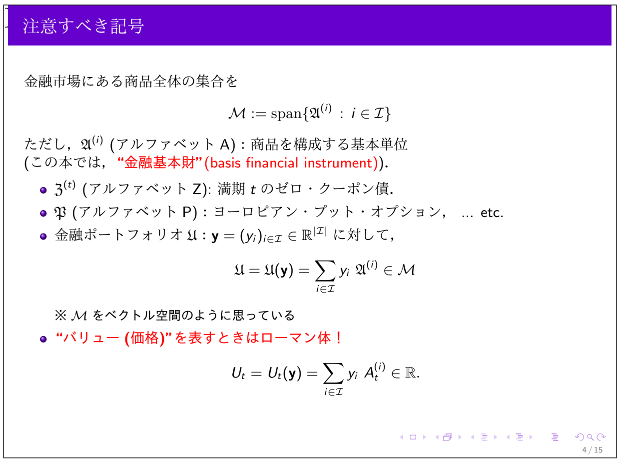
【岡田】 ご紹介、ありがとうございます。早稲田大学基幹理工学研究科清水研究室の岡田秀路と申します。私の研究室では、3人のゼミ生、修士1年の私と中村・黒田で、先ほどの本の翻訳をしております。私からは、この本の数学的な理論についてご説明させていただきます。よろしくお願いします。



この本の数学的理論の説明をするために、まず、数学的背景、仮定などを導入させていただいて、その次に、変額年金を例に取って説明し、Valuation Portfolio、VaPo と呼ばれる負債の評価を説明し、最後に、ソルベンシー評価についてご説明します。



まず、この本の概要とポイントですが、負債を時価で、しかも市場整合的に評価したい。ただ、市場での取引では保険負債がありませんので、どのように評価するかが焦点となってきます。そこで、この本では、市場にある金融商品で負債のキャッシュフローを複製､置き換えるということをいたしまして、その複製した保険負債を VaPo として現在価値を評価いたします。



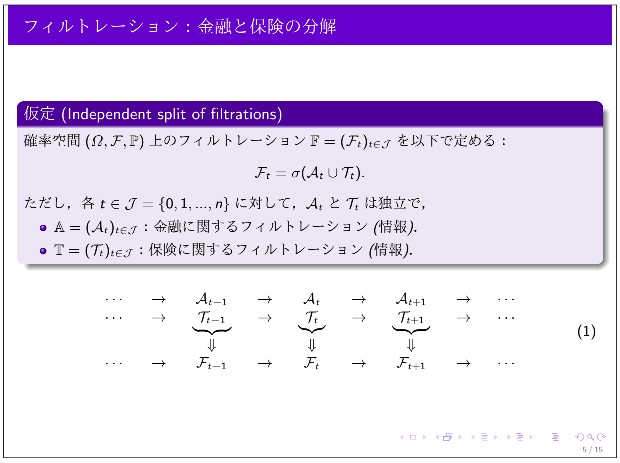
まず、注意すべき記号がありまして、ドイツ語のフラクトゥール文字を多用しておりますので、その説明から入らせていただきます。まず、アルファベットの A に当たるフラクトゥール文字の「$\mathfrak{A}^{(i)}$」（フラクトゥール A)。これは、商品を構成する基本単位で、この本では、「金融基本財（basis financial instrument)」と呼ばれています。この「$\mathfrak{A}^{(i)}$」（フラクトゥール A）の線形結合の集合全体を M とします。

次に、アルファベット Z に当たる「$\mathfrak{Z}^{(t)}$」（フラクトゥール Z）ですが、これは満期 t のゼロ・クーポン債に当たります。次に、アルファベット P に当たる「$\mathfrak{P}$」（フラクトゥール P)。これは「B」ではなく、「P」です。これをヨーロピアン・プット・オプションとします。また、金融ポートフォリオを「$\mathfrak{U}$」（フラクトゥール U）とし、先ほどの金融基本財 $\mathfrak{A}$（フラクトゥール A）の線形結合とします。

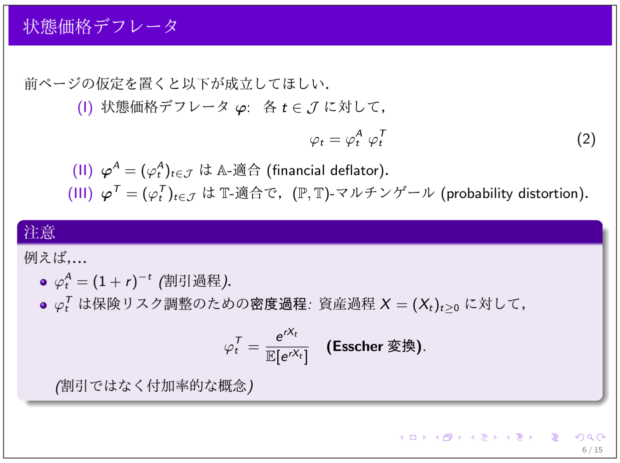
このフラクトゥール文字で表されたものは、バリュー・価格過程ではなくて、物という視点から見ております。一方で、バリュー・価格で表すときは、例えば､金融ポートフォリオ $\mathfrak{U}$（フラクトゥール U）ですと、ローマン体の「U_t」と表します。

この「$\mathfrak{U}$」（フラクトゥール U）とローマン体の「U_t」の違いですが、例えば、「$\mathfrak{U}$」（フラクトゥール U）ですと、1,000 円分の商品券という物を表すものになります。一方で、この下の「U_t」は、1,000 円分

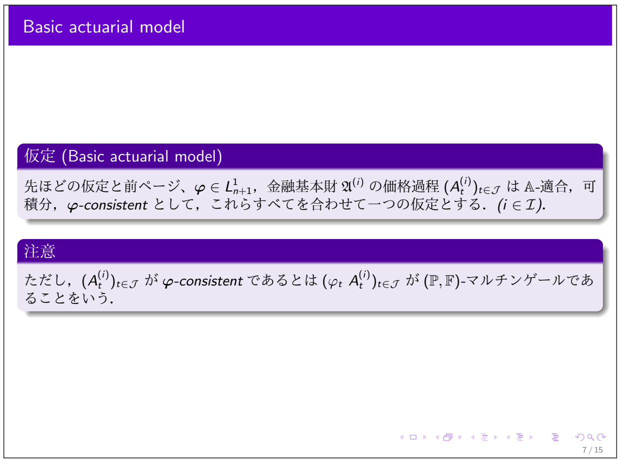
の商品券の価格である 1,000 円という区別がありますので、このあたりを注意して、説明を聴いていただければと思います。



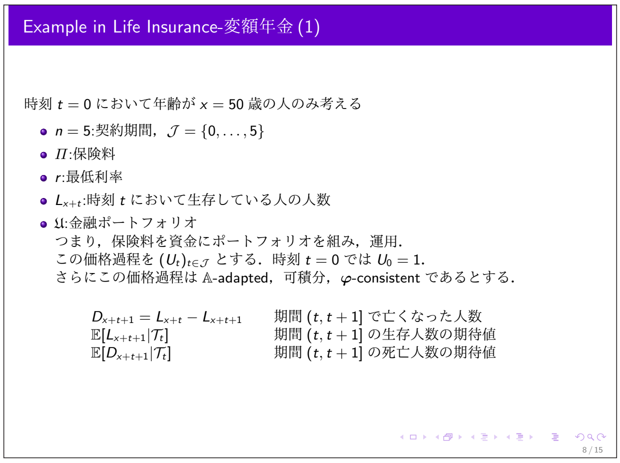
まず、数学的な準備が必要になってきますので、仮定を紹介していきたいと思います。まず、フィルトレーション $\mathcal{F}_t$ を $\mathcal{A}_t$ と $\mathcal{T}_t$ の和集合から生成される最小の σ フィールドとします。$\mathcal{A}_t$ と $\mathcal{T}_t$ は独立で、「$\mathbb{A} = (\mathcal{A}_t)_{t\in\mathcal{T}}$」は金融に関するフィルトレーション、「$\mathbb{T} = (\mathcal{T}_t)_{t\in\mathcal{T}}$」は保険に関するフィルトレーションとなります。



次に、状態価格デフレータ φ があります。φ_t を φ_t^A と φ_t^T に分解します。この φ^A は、A−適合、φ^T は T−適合で、マルチンゲールなのですが、これだけではあまりイメージすることができないので、注意書きとして、例を載せておきました。まず、「φ_t^A」は、金融に関するフィルトレーションなので割引過程に当たります。数理ファイナンスの割引過程 1＋r のマイナス t 乗を例にとることができます。一方で、「φ_t^T」ですが、保険リスク調整のための密度過程で、例えば、Esscher 変換のようなものを挙げることができます。つまり、この「φ^A」と区別した「φ^T」は、割引ではなく付加率的な概念となりますので、割引過程とイメージが異なってきますので、注意が必要です。

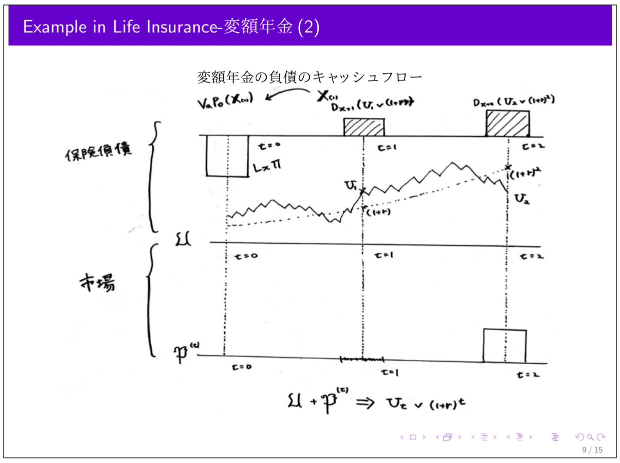


そして、先ほどの仮定とここの状態価格デフレータを合わせて一つの仮定として、さらに可積分や *φ-consistent* を組み合わせて、Basic actuarial model という仮定とします。ただし、「*φ-consistent*」という言葉を今使ってしまったのですが、「$\left(A_t^{(i)}\right)_{t\in\mathcal{T}}$ が *φ-consistent* である」とは、$\left(\varphi_t A_t^{(i)}\right)_{t\in\mathcal{T}}$ が $(\mathbb{P}, \mathbb{F})$−マルチンゲールであることをいいます。



次に、変額年金を例に取って、市場にある金融商品で負債のキャッシュフローをどのようにして複製するのかをご説明させていただきます。

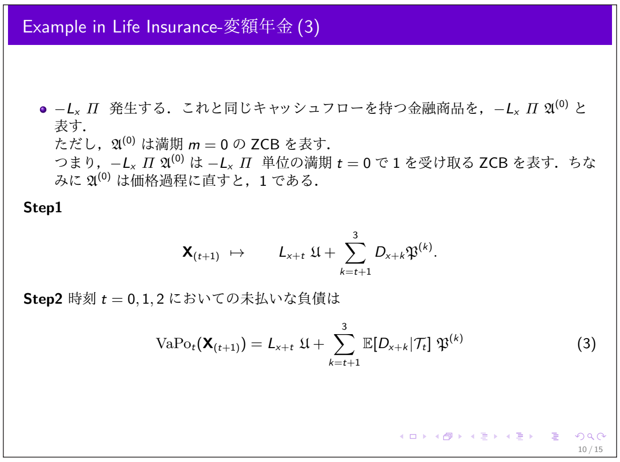
まず、時刻 t = 0 において、簡単のため、年齢が x = 50 歳の人のみ考えます。この契約期間が n = 5 となってしまっているのですが、私の説明では 3 とさせていただきます。これは誤植なので、注意をお願いします。5 ではなくて、3 です。契約期間を n = 3 とし、保険料を「Π」、最低利率を「r」、「L_{x+t}」を時刻 t において生存している人数、先ほどの「$\mathfrak{U}$」（フラクトゥール U）を金融ポートフォリオとします。



キャッシュフローの図をここに載せておきました。変額年金の負債のキャッシュフローです。まず t = 0 において、Π を L_x 人数分、保険会社は徴収します。次に、t = 1 で亡くなった人に、U_1 または 1+r の 1 乗の大きい方を保険金としてお渡しします。t = 2 でも同様に、U_2 と 1+r の 2 乗の大きい方を亡くなった方にお渡しします。最後に、満期では、満期で生存していた人に、この金融ポートフォリオ $\mathfrak{U}$（フラクトゥール U）を運用した結果のお金を差し上げます。

このような保険負債があるのですが、これをどう市場にある金融商品で複製をするかということですが、まず、金融ポートフォリオ $\mathfrak{U}$（フラクトゥール U）は、しっかり市場にあります。ここの例では、例えば、t = 1 で、U_1 と 1+r があって、この大きい方を採用します。一方で、t = 2 では、例として、1+r の 2 乗が U_2 を上回ってしまっているので、こちらを採用します。

一方で、そうではないヨーロピアン・プット・オプションを使って、キャッシュフローを表します。例えば、t = 1 では、U_1 が 1+r を上回っているので、プット・オプションのキャッシュフローは 0。一方で、t = 2 では、1+r の 2 乗が上回っているので、プット・オプションのキャッシュフローが生まれています。つまり、このヨーロピアン・プット・オプションは、権利行使価格 1+r の t 乗で、満期 t となるようなものを考えています。



まず、このキャッシュフローを Step1 ですべて足していきます。ここでは、「$L_{x+t}\mathfrak{U}$（フラクトゥール U）+ Σ」という形になっております。ただ、これだけでは価値は評価できません。例えば、この「D_{x+k}」というアクチュアル項は、現在では分かっておりませんので、そこで、その部分を Step2 で、条件付き期待値を作用させて計算します。これが、いわゆる VaPo といいまして、この本の目標である負債を時価で評価していることになります。

バリュエーション・ポートフォリオ (VaPo) の定義

- 保険負債
$$(\Lambda^{(0)}\ \mathfrak{U}_0^{(0)}, \ldots, \Lambda^{(n)}\ \mathfrak{U}_n^{(n)}) \tag{4}$$
- マネタリー表現に変換：
$$\mathbf{X} = (\Lambda^{(0)}\ U_0^{(0)}, \ldots, \Lambda^{(n)}\ U_n^{(n)})$$
- t 時点での負債評価のために，$(t+1)$ 時点以降の保険負債 CF を考える：
$$\mathbf{X}_{(t+1)} = (0, \ldots, 0, \Lambda^{(t+1)}\ U_{t+1}^{(t+1)}, \ldots, \Lambda^{(n)}\ U_n^{(n)})$$

11 / 15

例は以上になるのですが、次に、今言ったことを一般論として、VaPo を定義していきたいと思います。まず､保険負債を｢$\Lambda \times \mathfrak{U}$(フラクトゥール U)｣､つまり、アクチュアル項とファイナンシャル項の掛け算として保険負債のベクトルを考えます。次に、これをマネタリー表現に変換してあげます｡この今、一番上にあります保険負債$\mathfrak{U}$（フラクトゥール U）は物ですので、これを価格過程に直してあげたものが、2 番目の「マネタリー表現に変換」以下に書いてあるものです。次に、t 時点での負債評価のために、t+1 時点以降の負債キャッシュフローを考えます。ここでは、時刻 t まではキャッシュフローを払い終えていて、t+1 以降のみを考えています。

VaPo

定義 (Valuation Portfolio, VaPo)

保険キャッシュフロー
$$\mathbf{X}_{(t+1)} = (0, , \ldots, 0, \Lambda^{(t+1)}\ U_{t+1}^{(t+1)}, \ldots, \Lambda^{(n)}\ U_n^{(n)})$$
に対する “期待ポートフォリオ表現”
$$\mathrm{VaPo}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) := \sum_{k=t+1}^{n} \mathbb{E}[\Lambda^{(k)}|\mathcal{T}_t]\ \mathfrak{U}^{(k)} \tag{5}$$
を**バリュエーション・ポートフォリオ (VaPo)** という.

$U^{(k)} = \sum_{i\in\mathcal{I}} y_i^{(k)} A^{(i)}$ に注意して，VaPo の **“マネタリー表現”** は
$$\mathcal{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)}) := \sum_{k=t+1}^{n} \mathbb{E}[\Lambda^{(k)}|\mathcal{T}_t]\ U_t^{(k)} = \sum_{i\in\mathcal{I}} \left(\sum_{k=t+1}^{n} \mathbb{E}[\Lambda^{(k)}|\mathcal{T}_t] y_i^{(k)} \right) A_t^{(i)} \tag{6}$$
$$\mathcal{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)}) \mapsto \mathcal{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) \tag{7}$$
(ディストーション加味)

12 / 15

ここで、Valuation Portfolio、略して VaPo というものを定義いたします。先ほどの例にもありましたように、VaPo はこの Σ の形で表せます。これは、何度も申し上げているように、最初の負債評価に当たります。一方、VaPo は物の指標ですので、これをマネタリー表現に直してあげたものが、6 式の「$\mathcal{R}_t^0\big(X_{(t+1)}\big)$」になります。

ただ､「$\mathcal{R}_t^0\big(X_{(t+1)}\big)$」は負債のマネタリー表現なのですが、これだけですと、ディストーションを加味していません。つまり、リスクを付加していないので、これをディストーション加味で表したものを、「$\mathcal{R}_t^0\big(X_{(t+1)}\big)$」ではなく「$\mathcal{R}_t\big(X_{(t+1)}\big)$」とします。これが 7 式になります。

ソルベンシー (1)　[1]P270 から引用

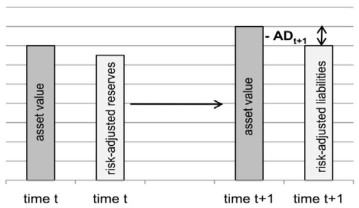
定義 (ソルベンシー)

$\mathcal{M}_t$:任意の $\mathcal{F}_t$-可測な確率変数を含み、凸性を持つ。
$\rho_t : \mathcal{M}_t \to L^0(\Omega, \mathcal{F}_t, \mathbb{P})$：正規性、並進性をみたす動的リスク尺度
このとき**ソルベンシー**であるとは、以下を満たすことである：

(a)　$S_t^{(t)} \geq \mathcal{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)})$　　(b)　$\rho_t(\mathrm{AD}_{t+1}) \leq 0$

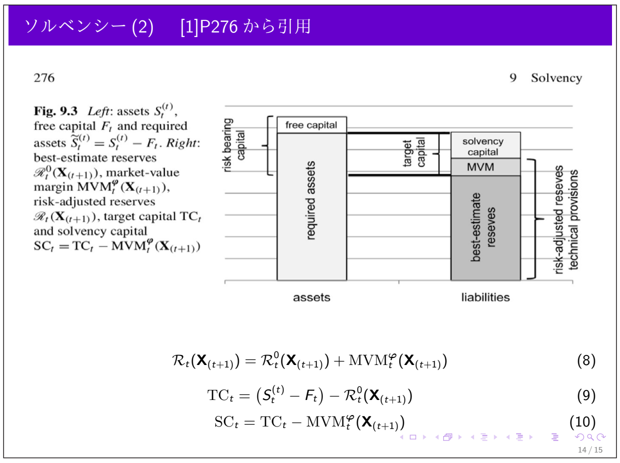
270　　9　Solvency

Fig. 9.2 Accounting condition (a) at time t and asset deficit AD_{t+1} at time $t+1$ (insurance contract condition (b))



13 / 15

最後に、ソルベンシーを定義します。「$\mathcal{M}_t$」は、任意の $\mathcal{F}_t$ －可測な確率変数を含む凸性を持つ。「ρ_t」を正規性や並進性を満たす動的リスク尺度とします。このとき、ソルベンシーであるとは、この（a）と（b）を満たすことであります。まず（a）ですが、これは、資産が負債を上回っていることです。これは、イメージとしても当然、合うようなものになります。一方で、（b）は、まず資産と負債の差のマイナスを「$-\mathrm{AD}_{t+1}$」としまして、この「AD_{t+1}」に動的リスク尺度を作用させてあげたものが 0 を含む負となれば、ソルベンシーであるのではないか。これがソルベンシー評価となります。



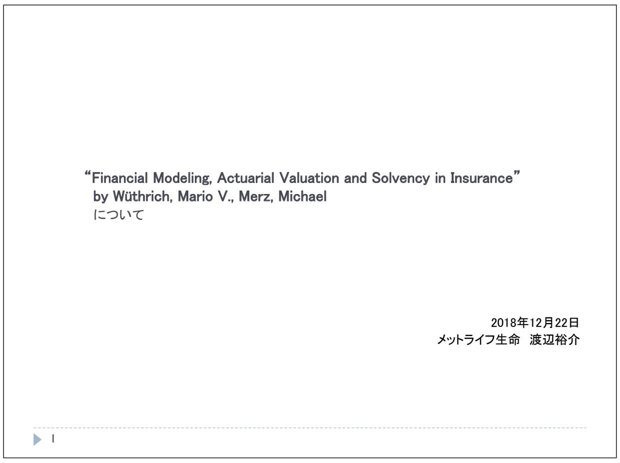
このように、ソルベンシーの定義や VaPo を考えてきたのですが、皆さんの中にはアクチュアリーの方がいらっしゃると思うのですが、普段考えていらっしゃるフリー・キャピタル、ソルベンシー・キャピタル、MVM、ターゲット・キャピタルなども、しっかり考えることができます。

以上のように、VaPo やソルベンシーの定義が、この本のポイントとなっております。私の発表は以上となります。ご清聴、ありがとうございました。

【司会】　岡田さん、ありがとうございました。

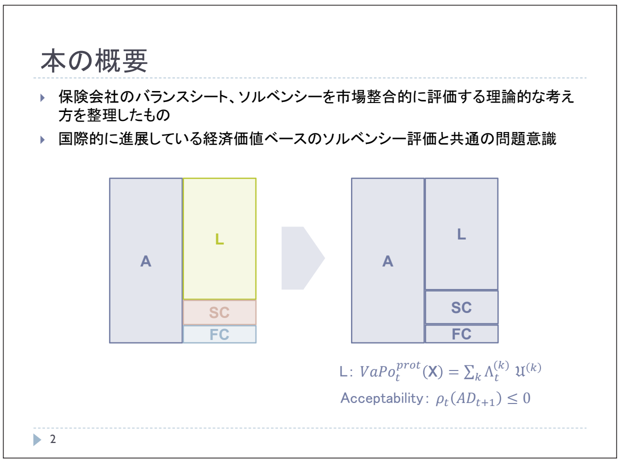
続きまして、メットライフ生命の渡辺さんから、よろしくお願いいたします。

渡辺裕介 氏



【渡辺】　メットライフ生命の渡辺と申します。よろしくお願いいたします。田中先生からご紹介があったとおり、このプロジェクトにはアクチュアリー会からも何名か参加しておりまして、私もその１人となります。私からは、アクチュアリーの観点でこの本について紹介させていただきたいと思います。

発表の内容につきましては、私の所属上、生命保険の視点になってしまいますが、この本自体は生保も損保もカバーした内容になっておりますので、その点についてはご留意いただければと思います。



まず、この本の概要ですけれども、先ほどの発表にもあったとおりでして、保険会社のバランスシート全体を市場整合的に評価する考え方について、理論的にまとめられたものになります。市場整合的と言うかどうかは置いておきまして、経済価値ベースの評価という考え方は、実務でも長い間検討されていますので、特に新しい概念ではないとは思います

が、この本のポイントは、そのような考え方について、数理ファイナンスの文脈で理論的な基礎づけを試みているところにあると思います。

テクニカルな内容につきましては、先ほどの発表でカバーされていますので、私からはより実務的な観点で、本の中から幾つかトピックを選んで紹介させていただきたいと思います。

例1）MVM（RM, MoCE）

- Market-value margin: $MVM_t^{\varphi}(\mathbf{X}_{(t+1)}) = \mathcal{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) - \mathcal{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)})$
- Risk-adjusted reserves: $\mathcal{R}_t(\mathbf{X}_{(t+1)}) = \sum_{k=t+1}^{n} \frac{1}{\varphi_t^T} \mathbb{E}[\varphi_k^T \Lambda^{(k)} | \mathcal{T}_t]\ U_t^{(k)}$
- Best-estimate reserves: $\mathcal{R}_t^0(\mathbf{X}_{(t+1)}) = \sum_{k=t+1}^{n} \mathbb{E}[\Lambda^{(k)} | \mathcal{T}_t]\ U_t^{(k)}$
- 例えば、$\breve{\varphi}_{t+1}^T = \frac{\varphi_{t+1}^T}{\varphi_t^T} = \prod_{i=1}^{L_{x+t}} \breve{\varphi}_{t+1}^T \left(Y_{x+t+1}^{(i)}\right)$ とし、
  $\breve{\varphi}_{t+1}^T(1) = \frac{p_{x+t+1}^+}{p_{x+t+1}}$、$\breve{\varphi}_{t+1}^T(0) = \frac{q_{x+t+1}^+}{q_{x+t+1}}$ とすると、$\mathbb{E}[\breve{\varphi}_k^T L_{x+t+1} | \mathcal{T}_t] = p_{x+t+1}^+ L_{x+t}$
- 例えば、$\varphi_t^T = (1 - r_{CoC}) + \frac{r_{CoC}}{p} \mathbb{E}\left[1_{\{Y > VaR_{1-p}(Y)\}} | \mathcal{T}_t\right]$ とし、$\Lambda^{(n)} = g(Y)$ と表されるとすると、$\Lambda_0^{(n)} = \mathbb{E}[\Lambda^{(n)}] + r_{CoC} CTE_{1-p}(\Lambda^{(n)} - \mathbb{E}[\Lambda^{(n)}])$

3

一つ目は、「Market-value margin」になります。こちらは、いろいろな呼び方がされていると思いますが、ソルベンシー2だとリスク・マージン、ICSだとマージン・オーバー・カレント・エスティメイトなどと呼ばれるものと同じ位置づけのものになります。

この本では、「Market-value margin」という用語を使用しておりまして、算式のとおり、Risk-adjusted reserves と Best-estimate reserves の差として、Market-value margin を定義しています。

先ほど記号等については説明があったと思いますので、詳細は割愛しますが、Risk-adjusted reserves は算式のとおり、確率ディストーションを用いて調整した、保険給付の期待値を用いたリザーブになります。こちらと Best-estimate のリザーブの差が MVM という定義になります。ただ、先ほどの発表にもあったとおり、保険負債は流動的な市場がございませんので、結局、この φ をどのように決定するのかということが問題になります。ここでは、本に挙げられている例を二つ紹介させていただいています。

数式についてかなり省略している部分があるので分かりづらいと思いますが、一つ目の「例えば」のところは、結論から言ってしまうと、安全割増を加味した評価に対応していることになります。何もついてない「p」が Best-estimate の生存率で、「p+」が安全割増を含んだ生存率を表しています。最後の式が、ディストーションを加味して期待値を取ることが、「p+」を用いて評価することに対応することを表しています。われわれが伝統的に行っている安全割増を入れた評価に相当することになります。

二つ目の例ですが、こちらは、資本コスト法の表現に対応する例になります。こちらも、「φ」について前提を置きまして計算いたしますと、この最後の式のような結果が得られます。「Λ」が保険給付の確率変数になりまして、その期待値からのぶれの CTE をとっていますので、ここが保険リスク量と解釈することができます。それに何らかの資本コスト率を掛けたものを期待値に加えるという評価になりますので、われわれが実務でよく使っています、資本コスト法に対応する形になっていることが分かります。結局、例えば、この「p+」をどのように設定するのかというような問題は残っていますが、われわれになじみの深い手法も含んだ表現であると解釈することができる例になります。

例2）ALM

- Liability cash flow: $\mathbf{X} = \mathbf{X}_m = (\mathbf{0}, \ldots, \mathbf{0}, \boldsymbol{\Lambda}_m, \mathbf{0}, \ldots, \mathbf{0})$
- $VaPo_0^{prot}(\mathbf{X}_{(1)}) = \mathbb{E}[\varphi_m^T \boldsymbol{\Lambda}_m] \mathfrak{Z}^{(m)}$
- Asset portfolio: $VaPo_0^{prot}(\mathbf{X}_{(1)}) + \mathfrak{U}$
  (Strategy1) $\mathfrak{U} = U_0 P(0,1)^{-1} \mathfrak{Z}^{(1)}$
  (Strategy2) $\mathfrak{U} = U_0 P(0,m)^{-1} \mathfrak{Z}^{(m)}$
- 様々な前提を置き計算すると、
  (Strategy1) $SC_0 = 0.1797$、$r_{RoSC} = \frac{\mathbb{E}[-AD_1]}{SC_0} = 9.0334\%$
  (Strategy2) $SC_0 = 0.1779$、$r_{RoSC} = \frac{\mathbb{E}[-AD_1]}{SC_0} = 9.2960\%$
- 資本に対応する資産のAllocationも含めたALM

4

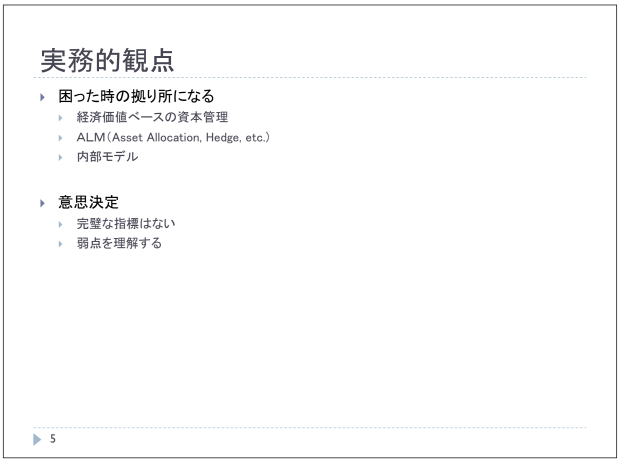
二つ目は、ALM に関連するものになります。こちらは、かなり単純化された設例になりますが、保険負債のキャッシュフローといたしまして、m 年目に$\Lambda^{(m)}$という給付がある保険キャッシュフローを考えます。こちらのバリュエーション・ポートフォリオ、保険キャッシュフローを複製するポートフォリオですが、こちらは、m 年の割引債を用いて表現することができます。m 年目にのみキャッシュフローがありますので、そこに対応する割引債がバリュエーション・ポートフォリオに含まれることは、簡単に理解できると思います。

対応する資産のポートフォリオについては、この設例では、まずバリュエーション・ポートフォリオを含むという仮定を置きます。アセットのポートフォリオにつきましては､必ずしもバリュエーション•ポートフォリオを含む必要はないのですが、設例として、まず負債とのマッチングを前提とするということになります。

この負債のキャッシュフローは、確率変数になっておりますので、保険リスクが含まれていることになります。ですので、バリュエーション・ポートフォリオに加えて、必要資本に対する資産を持つ必要があります。こちらを「$\mathfrak{U}$（フラクトゥール U)」として表しています。

ここで、$\mathfrak{U}$（フラクトゥール U）に対して二つの戦略を考えます。一つ目が、1 年の割引債を買うという戦略で、二つ目が、m 年の割引債を買うという戦略です。それぞれ（Strategy1）（Strategy2）としていますが、これらのどちらが効率的かというところになります。まず、負債については、バリュエーション•ポートフォリオでカバーされています。また、1 年割引債については、1 年後の価格変動がないことになります。直感的には、1 年割引債に投資した方が、リスクが少なくなると思われるかもしれませんが、この例では、二つ目の戦略の方が、必要資本が少なくなるという結果になっております。「SC」が必要資本になりますが、Strategy2 の方が小さい値になるということです。必要資本に対する期待リターンについても、Strategy2 の方が高くなるというような結果になっております。

こちらの理由といたしましては、負債に保険リスクが含まれていますので、資本に対応する部分についても、負債と親和性の高い資産を保有した方が、リスクが少なくなるという説明がされておりまして、資本部分を含めた ALM の必要性を示唆する設例になっております。



最後になりますが、実務的な観点で、この本がどのようにアピールするかを考えてみました。1 点目は、いろいろと関連のある業務はあると思うのですけれども、何か新しいことに対応したり、何か問題に直面したりしたときに、理論的な考え方を理解していると、それが役に立つのではないかというところでございます。

2 点目は、業務上、何かしらの指標を用いて意思決定を行うことが多いと思うのですが、指標やモデルの弱点や限界を理解して、意思決定をすることが必要になってくることがあると思います。そのような中で、理論的な概念を理解することが非常に重要になってくるのではないかと思います。

この本のように、数理ファイナンスの枠組みで保険負債やソルベンシーについて記述されている書籍

は、今のところ他にあまりないと思いますので、その意味でも、非常に参考になるのではないかと思います。

私からは以上になります。ありがとうございました。

【司会】 渡辺さん、ありがとうございます。

この本は、共立出版から2019年度末ですと、2020年3月くらいですか。期待したいと思います。何かこの段階で、皆さんから、お二方、これらに関するご質問がありましたら、挙手いただければと思いますけれども、いかがでしょうか。

【A】 ここまで基礎の純粋数学に近い形の講義となりますと、とてもまともな質問をできる自信はないのですけれども、一つだけ岡田先生にお聞きしたいと思ったのですが、結局、市場整合ベースで負債を定義することで、ほぼもう結論の部分をダーッとお話しされたので、正直、完璧には追い切れませんでしたけれども、一言で言ってしまうと、通常のゼロ・クーポン・ボンドのものと、それから、アクチュアリーの言葉で言うところの死力ベースのゼロ・クーポン・ボンドとでも言ったらいいのか。そのようなもののポートフォリオを含むことによって、負債の価格過程を再現できるのだと私の中では理解したのですが、この大ざっぱな理解で、何となく説明できているでしょうか。私の雑な説明を補足いただけたら幸いです。

【岡田】 ご質問、ありがとうございます。確かに、多くのキャッシュフローは、ゼロ・クーポン債を使って表されると思うのですが、ゼロ・クーポン債だけではなくて、もしかしたら他に同じキャッシュフローがありましたら、それも適用できるという意味で、ゼロ・クーポン債は一つの例でして、もしかしたら、他のキャッシュフロー過程、ヘッジ、負債で複製できるのかもしれないのですが、この本では、確かに、ゼロ・クーポン債を中心として、すべてのキャッシュフローが表されていると思います。

【A】 そうしますと、つまり、リスクといいますか、ゼロ・クーポン債と独立な、別な意味での何かしらの形でリスク・フリーであるような、あるいは、リスク中立であるような、それを一体何と呼ぶのか想像もつかないのですけれども、何らかの債券、あるいは価格のリスク財、リスク商品との組み合わせで複製できる。そのようなイメージでよろしいですか。

【岡田】 はい。おっしゃるとおりだと思います。

【A】 分かりました。非常に雑な説明にお答えいただき、ありがとうございました。

【岡田】 ありがとうございました。

【司会】 他に何かご質問等はございますか。よろしいですか。そうしましたら、お三方に、改めまして拍手をよろしくお願いいたします。