

## 生命保険事業における複製ポートフォリオの応用

三石 宣史\*

2009年12月9日投稿

2010年1月21日受理

### 概要

近年、生命保険業では、報告の枠組みの複雑化に伴い IT 資源に関する負荷が大幅に増大してきている。このような計算負荷の増嵩に対応し、欧米の先進的生命保険会社を中心に、複製ポートフォリオを使用する保険負債のモデリング技術が導入されつつある。実務上、保険負債の複製ポートフォリオとは、保険負債のポートフォリオの特性を、様々な経済シナリオ下でなるべく近い形で複製するように設計された金融商品のポートフォリオのことである。複製ポートフォリオは、解析解を用いて迅速に再評価できることから、リスク管理や IFRS 等市場整合的評価において、保険負債の近似的評価に使用することができる。これにより、評価計算の劇的な迅速化が期待でき、また、副次的には複雑な保険商品の特性を簡易に理解することが可能となる。その応用としては、

- 経済資本の迅速な評価
- 経営情報の提供
- 生命保険業績の適切な配分

等が行われている。複製ポートフォリオの導出には、経済シナリオ・ジェネレータ (ESG)、確率論的負債キャッシュ・フロー計算システム、オプティマイザ等が使用される。経済シナリオや候補資産の選定、最適化等では、過剰適合が起こらないように配慮することが肝要である。複製ポートフォリオの導入事例やモデル事例によれば、ある程度の試行錯誤により、実用性の高い複製ポートフォリオを構築することができる可能性が高い。複製ポートフォリオは急速に普及しつつあり、今後生命保険業の経営においてますます必要性が高まるのではないかと予想される。

### 1 はじめに

近年、経済価値に基づくリスク管理や市場整合的評価 (MCEV や IFRS 保険会計第 2 フェーズ等) の進展に伴い、生命保険業では経営管理や保険数理・計理に関する報告の枠組みが急速に複雑化しつつある。これに伴い、生命保険契約の価値を計測する技術も、金融工学的手法を取り入れながら革新的に進歩を遂げており、IT 資源に関する負荷が大幅に増大してきている。このような計算負荷に対応し、欧米の指導的生命保険会社を中心に、工学分野やファイナンス理論を応用した先進的モデリング技術の導入が開始されている。この中で、複製ポートフォリオを使用するモデリング技術は、最近非常に注目を集めており、一部の会社では既に実用化され、高い効果を挙げている。

---

\* ワトソンワイアット インシュアランス コンサルティング株式会社 代表取締役社長

複製ポートフォリオとは、ファイナンスの分野では、重複性のある市場において、ある金融商品の収支と（測度論的な意味で）ほとんど確実に一致する他の金融商品の組み合わせのことを言う。例えば、ヨーロッパ型オプションに関するブラック・ショールズ方程式を導出する際、株式の保有と短資の空売りの組み合わせを連続的に調整することにより複製ポートフォリオを仮想的に構築し、この振る舞いから価格評価式が導かれることは良く知られている。保険負債に関しても、ほとんど確実にその収支と一致する金融商品のポートフォリオが構築できれば、価値評価の迅速化のみならず、ヘッジ・ポートフォリオの構築や業績評価等、幅広い応用が可能である。

この点、アロー・ドブルー証券のような仮想的な金融商品を想定すれば、理論的には保険負債であっても連続濃度のポートフォリオにより複製することが可能な筈である<sup>1</sup>。しかし、このような仮想的な複製は純理論的には重要かも知れないが、実務に使用できる訳ではないので、以下本稿では、応用上の観点に主眼をおくため、有限若干数の金融商品により、保険負債の経済変数に対する挙動を近似することを考え、これを複製ポートフォリオと言うこととする。従って、本稿でいう複製ポートフォリオは、保険負債の経済変数に関する特性を近似的に複製するものである。また、複製ポートフォリオは、保険負債の非経済変数（死亡率、疾病率等）に対する挙動までを考慮するものではない。

保険負債の経済変数に対する挙動を近似するとして、ファイナンス理論の延長からすれば、そのキャッシュ・フロー自体を複製することが自然であろう。しかし、実際の金融市場は、近似的にであれ複雑な保険契約のキャッシュ・フローの複製を可能にする程重複性がある訳ではない。仮に、市場に相当程度の重複性があったとしても、利用可能性のある範囲の少数の金融商品でキャッシュ・フローの複製を最適化するのには、技術的にも困難であることが想定される。他方、モデリングの最終目的は保険負債の割引現在価値の計算であることが多く、それであれば、キャッシュ・フロー自体の複製をするのではなく、価値および市場感応度（グリーク）の複製をすれば十分目的を達成できることが多い。

確かに、価値と市場感応度に関して複製したポートフォリオでは擬似的な複製を行うに過ぎない。元の保険負債と類似の振る舞いを示すポートフォリオが得られる保証がある訳ではないし、また、時間の経過に応じて複製の度合いが低下する、いわゆる経年劣化の問題も発生する。しかし、実用のための複製ポートフォリオは、近似的な複製ができれば十分であるし、そもそも元の保険負債自体が経年により変質するため、仮に一時的に完全な複製が実現できたとしても、経年劣化は本質的な避けられない問題である。そこで、現在実用化されている複製ポートフォリオの応用においては、いわゆる金融理論的な複製ポートフォリオの構築を目指すというより、活用目的に応じ、保険負債の価値や感応度を複製するポートフォリオを構築している事案が多いようである。

このような実務上の進展を反映し、保険監督者国際機構（IAIS）の構造書（[4]）も、ミスマッチ・リス

---

<sup>1</sup> アロー・ドブルー証券（Arrow-Debreu security、状態価格証券ともいう）とは、ある特定の時間と場所である特定の事象が発生した場合に価値尺度財を1単位支払い、他の場合には支払を行わない偶発債務を負担する、仮想的な証券である。理論的には、アロー・ドブルー証券を連続的に組み合わせる（積分することにより、任意の時点で任意の事象において任意の収支を発生するポートフォリオを構成することができる。

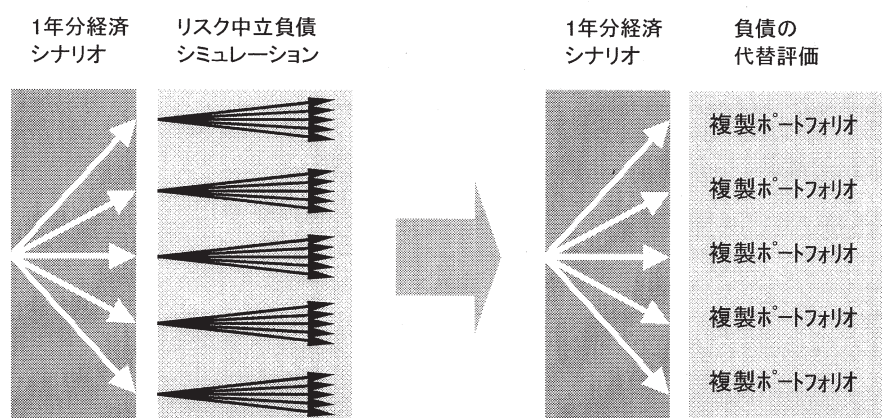
クの分析のため、「複製ポートフォリオ」の検討を提言している。そこで本稿では、複製ポートフォリオの応用や作成方法の一般論を論じ、合わせて使用事例や普及状況を紹介したい。

## 2 複製ポートフォリオの応用

現段階での複製ポートフォリオの応用は、十分な適合精度が得られることを前提に、リスク管理や市場整合的評価の目的で、保険負債の価値の評価に使用する事案が殆どなのである。一般に、金融商品のポートフォリオは、様々な市場環境において、保険負債の価値を直接評価するより遥かに迅速に評価可能である。従って、各種の市場ストレスや確率論的シナリオの下で、保険負債の評価を複製ポートフォリオの評価で代替することにより、これら評価計算の劇的な迅速化が期待できる。また、複製ポートフォリオは、保険負債を金融商品の形式で表現したものである。これにより、副次的には複雑な保険商品の特性を簡易に理解することが可能となる。

現段階で、複製ポートフォリオの最も一般的かつ導入会社が通常最初に使用する目的は、経済資本計算の迅速化だと思われる。一般に、経済資本の計算手法としては、単変量分析による簡易なモデル化と多変量モデルを使用する2つの場合が考えられる。単変量分析を使用する場合、リスク因子ごとに必要資本を算出し、それを相関行列やコピュラ等を使って集計し、会社全体の経済資本を計算する。2012年にも欧州で導入される予定のソルベンシーIIにおいて、標準方式では、単変量方式によりソルベンシー必要資本(SCR)を計算することが提案されている。また、会社経営上に経済資本を計算する場合にも、簡便性ゆえ単変量方式を使用する会社は多い。しかし、個々のリスク因子の計算は、何十ものストレス・シナリオによる確率論的計算が必要となる。このような場合、市場リスクや信用リスクについては、確率論的負債モデルを直接使用せず複製ポートフォリオで代替することにより、リスク量の計算を大幅に迅速化することができる。例えば、ソルベンシーIIに先駆けて導入された英国の資本自己査定制度(ICA)では、このような用途での複製ポートフォリオの使用が広まりつつある。

【図表1】多変量モデルに対する複製ポートフォリオの応用例



また、多変量モデルでは、各リスク因子の確率を周辺分布として独立に見積もるのではなく、すべての

リスク因子を統合した結合分布を見込み、これに基づいて確率論的シミュレーションを行う。例えば、経済資本を、ショック期間 1 年、信頼水準 99.5%のバリュアット・リスク (VaR) で計測するとした場合、1 年後の実世界の経済シナリオを作成し、この各シナリオに対して必要資本を計算する。必要資本は、そのシナリオに対する経済貸借対照表により計算するため、1 年後の市場整合的保険負債を各シナリオに対して計算することとなる。市場整合的保険負債は確率論的に計算する必要があるため、1 年後の各シナリオに対しリスク中立の経済シナリオを作成し負債キャッシュ・フローを計算する必要がある。このように、確率論的計算の内部に再び確率論計算を行うことを、入れ子型 (ネスト型) シミュレーションという (図表 1 参照)。

実際に入れ子型計算を行うとし、例えば外層部の実世界経済シナリオ、内層部のリスク中立経済シナリオを各 1,000 本使用すると仮定すると、全部で 100 万本の確率論的シミュレーション計算が必要となる。このような大量の計算を近似なしに行うことは、現代の IT 技術の水準ではまだ現実的でない。そこで、内層部のリスク中立計算を複製ポートフォリオで置き換え、通常の単層型シミュレーションに代替することが考えられる。

この場合、複製ポートフォリオの精度に十分な信頼度があるならば、直接内層部の負債評価を複製ポートフォリオで置き換えることが可能である。十分な信頼度がない場合であっても、例えば複製ポートフォリオの価値の絶対額自体は信頼水準が低い、その相対的な大小関係は概ね信頼が置けるようであれば、この複製ポートフォリオにより計算した価値で外層部の実世界シナリオの評価を行うことは可能である。つまり、複製ポートフォリオは、99.5%百分位に該当する実世界シナリオの選択に使用し、実際の経済資本計算は、このシナリオの下、別途リスク中立負債シミュレーションを行うのである。こうすれば、先の例で言えば 100 万回の確率論的計算が 2,000 回に削減でき、大幅な計算速度の迅速化が図られる。また、複製ポートフォリオを制御変量として変量制御法<sup>2</sup>を適用することにより、保険負債モデルの計算負荷を大幅に軽減できる可能性がある。複製ポートフォリオの決定係数<sup>3</sup>が  $R^2$  のとき、変量制御法を使用すれば、使用しない場合に必要とされる試行回数の  $1 - R^2$  倍の試行回数で概ね同等の精度を確保できる。

スイス・ソルベンシー・テスト (SST) のように、リスク量の評価に VaR でなくて条件付周辺部期待値 (CTE、T-VaR) を使用する場合も、複製ポートフォリオの効用は高い。実際、スイスでは、このような目的で複製ポートフォリオを使用する傾向が高いようである。Zurich Financial Services 社は、SST を含む幅広い目的に複製ポートフォリオを活用しているとの報告がある ([6])。

<sup>2</sup> 変量制御法 (control variate) とは、モンテ・カルロ・シミュレーションで使用される分散減少法 (variance reduction) の一種である。統計量  $m$  と  $t$  が存在し、 $t$  の期待値  $\mu$ 、 $m$  と  $t$  の標準偏差  $s_m$ 、 $s_t$ 、および  $m$  と  $t$  の相関係数  $\rho$  が既知だが、 $m$  の期待値  $\mu = E[m]$  が未知でこれを推定する際、新しい統計量  $m^* = m - \frac{s_m}{s_t}\rho(t - \mu)$  を考える。 $m^*$  は  $\mu$  の不偏推定量で、 $V[m^*] = V[m](1 - \rho^2)$  であるから、 $m^*$  を標本推定すれば、 $m$  を標本推定する場合に比べ、その標本分散が  $1 - \rho^2$  倍に削減できる。

<sup>3</sup> 決定係数 (coefficient of determination) は、回帰分析において、被説明変数が説明変数からどの程度決定されるかを判断する数値基準である。一般に  $R^2$  と表記され、寄与率と言われることもある。詳細は、[3] 参照。

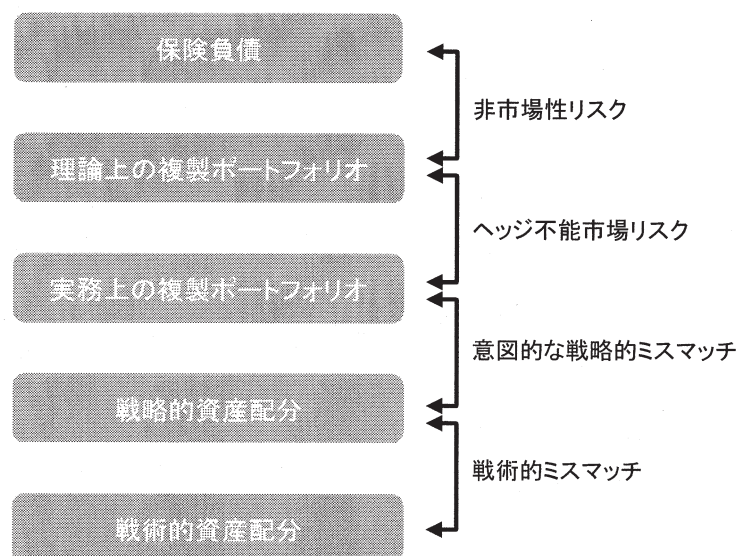
迅速な経営情報の提供も、一般的な複製ポートフォリオの応用として広まりつつある。一旦経済価値によるリスク管理や価値管理を経営に導入すると、頻繁に経済価値貸借対照表やリスク指標を評価し、経営に報告する必要が発生する。特に、経済リスクに関しては、高頻度で現在の状況を反映した再計算が求められる。このような場合に、その都度確率論的な負債評価を行うことは現実的でない。そこで、市場リスクや信用リスクの評価は複製ポートフォリオを使用することで近似することが考えられる。ING社では、複製ポートフォリオを活用することにより、99.95%の VaR を評価する経済資本の報告システムが稼動しているとのことである ([1])。

例えば、ソルベンシー II に類似した経済価値に基づくソルベンシー監督規制がわが国でも導入されることを仮定すると、経済価値貸借対照表を定期的に将来予測し、リスク要因別に変動要因分析を行うことが経営管理上必須となる。このような場合に、複製ポートフォリオは非常に有力なツールとなり得る。ソルベンシー II では、標準的手法に代えてソルベンシー計算に内部モデルを使用する場合、各種の条件を満たす必要があるが、この中に使用テスト (use test) がある。使用テストでは、内部モデルが日々の経営で広範に使用されており、リスク管理、資本配分等で重要な役割を担っていることを確認する必要がある。従来型のモデルは、稼動速度や柔軟性の欠如によりリスク情報を迅速かつ正確に集約することが困難であることが多く、日々の経営に活用するのが難しい場合がある。複製ポートフォリオを活用することにより、このような状況を打開し、会社の日々のリスクの監視能力を大幅に向上することが期待できる。

また、複製ポートフォリオの活用により、様々な追加的情報提供も容易になる。例えば、金融派生商品を用い保険負債のヘッジを頻繁に行うとき、大量のシナリオに対して負債評価を行うのは、時間的制約から実務上困難であり、精緻な情報を得ることが難しい。このような状況下では、様々な候補ヘッジ戦略から適切なヘッジ戦略を選択するのが困難となり、効果的な戦略の策定ができないおそれがある。しかし、複製ポートフォリオを用いれば、大量なシナリオに関する負債価値の評価を行うことが可能なことから、ボラティリティが高い局面であっても十分精緻な情報を得ることができ、有効な戦略の策定が可能となる。

次に、複製ポートフォリオは、会社の業績評価の基準として使用することも可能である。

【図表 2】業績の適切な配分



図表 2 において、「理論上の複製ポートフォリオ」とは、実務上の制約を考慮しつつ、極めて長期の債券やエキゾチック・オプション等、市場にない金融商品も含め、保険負債をできるだけ良好に複製するポートフォリオを意味する。従って、「理論上」といっても、純理論的な複製ポートフォリオではなく常識的な範囲の金融商品を適当な有限個数保有する等の実務的な制約の範囲で考えたものである。「実務上の複製ポートフォリオ」は、候補資産を市場性のある金融商品に限ったものである。

以上の仮定の下、例えば1年間の会社業績を各部門に配賦することを考える。保険負債と理論上の複製ポートフォリオに不可避免的に発生する収支は市場と関係なしに発生するものであり、非市場性リスクに起因するものと解される。そこで、この収支は、商品企画・引受部門に帰属すると考えることができる。理論上の複製ポートフォリオと実務上の複製ポートフォリオの際に関連して発生する収支は、市場リスクに由来するものだが実務上ヘッジ不能である。従って、ヘッジ不能市場リスクに起因するものと解され、やはり資産運用部門には帰属しない。

これに対し、実務上の複製ポートフォリオと実際の資産との際に関連して発生した収支は、純粋に資産運用部門の成果または責任に帰属すると考えられる。さらにこれを細分してみると、運用企画部門の策定した戦略的資産配分と実務上の複製ポートフォリオとの差異に起因する収支は、同部門に帰属し、それを除いた部門がフロント部門に帰属する。このような業績配賦は、さらに随意に細分化して分析することも可能である。このような形で「利源分析」を行うことにより、納得性のある業績配分を行うことができる。特に、このような納得性は、報酬の決定に活用する価値が高い。実際、ING 社では、業績評価の基準として使用しているとの報告がある（例えば[6]）。

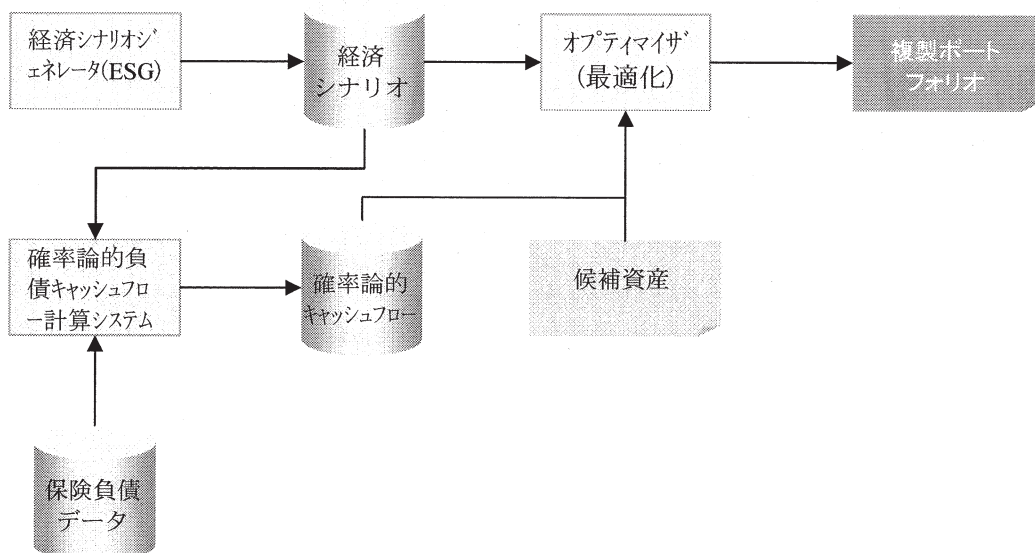
最後に、複製ポートフォリオを作成することにより、負債のオプション性をより直接的・直感的に把握できるという副次的な利点がある。このような分析により、今まで経営が意識していなかった保険負債に内在する重要なオプション性を認識し、リスク管理の深化が図られる場合もあり得る。この効用は、

実務上複製ポートフォリオを使用している会社の発表等で、使用上の大きな利点として報告されている。

### 3 複製ポートフォリオの導出過程

一般に、複製ポートフォリオは概ね図表3の流れに従って導出する。

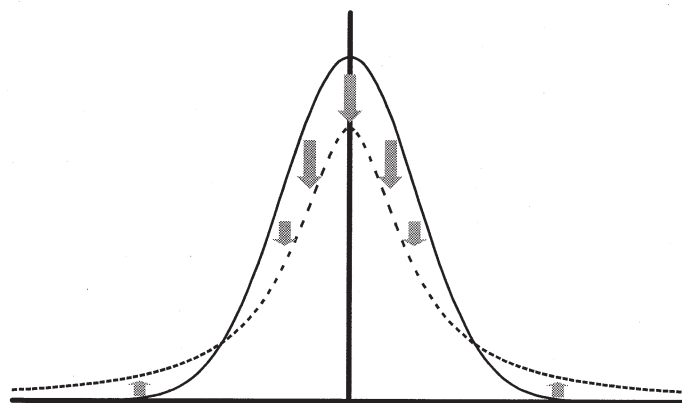
【図表3】複製ポートフォリオ導出の流れ



#### 3.1 経済シナリオ

複製ポートフォリオの作成に使用する経済シナリオは、経済シナリオ・ジェネレータ（ESG）により生成する。ESGは、モンテ・カルロ・シミュレーションにより利率、株価、インフレーション、為替等の経済シナリオを作成するソフトウェアの総称であり、元々銀行等金融業での使用に合わせて発達してきたようだが、最近は保険業の価値評価やリスク管理にも活用されるようになってきた。保険業におけるESGの使用では、一般に非常に長期にわたる経済シナリオが必要であり、この点金融業の場合と大きく異なる特性が必要となる。ESGは、外部販売されているものを使用する場合、自社開発する場合、何れもあり得る。ESGや経済シナリオ自体の検討は、本稿の対象範囲外とする。

【図表 4】 平均的シナリオの再加重（イメージ図）



複製ポートフォリオに使用する経済シナリオは、その目的からリスク中立型を使用することが多い。しかし、通常のリスク中立シナリオは、殆どの標本が平均値周辺に分布するため、これを用いて適合すると、平均値周辺での適合度合いは極めて高くなるが、周辺部位での適合度が低くなる傾向が見られる。これは、平均的シナリオに対する過剰適合<sup>4</sup>の一種と考えられる。そこで、周辺部のシナリオの比重を上げ平均値周辺のシナリオでは下げることににより、あらゆる事象で平均的に適正な適合度を確保する複製ポートフォリオを作成することが考えられる（図表 4 参照）。これにより、平均周辺部での過剰適合が回避され、周辺部における適合度も改善することが期待される<sup>5</sup>。

もっとも、元のリスク中立シナリオを単に再加重するだけでは、周辺部での適合度が十分に向上しないことが多い。これは、元のリスク中立シナリオに極端な周辺事象が十分に含まれていないことによる。特に、ストレス事象下の経営環境で行う経営意思決定は、普通の場合と大きく異なることが多く、そのような意思決定規則を負債のキャッシュ・フロー・モデルに組み込んでいる場合には、ストレス下での意思決定の影響が複製ポートフォリオに十分に反映されないおそれがある。そこで、主としてストレス・シナリオ下での負債価値を評価するために使用する場合には、リスク中立シナリオに別途ストレス・シナリオを加えて適合することが考えられる<sup>6</sup>。例えば、Allianz 社ではリスク中立 1,000 シナリオに追加ストレス 500 シナリオを加え（[7]）、ING 社ではリスク中立 300 シナリオに追加ストレス 200 シナリオを加えている（[1]）との報告がある。

<sup>4</sup> 過剰適合（overfitting）とは、統計モデルを作成する際に、標本数に比べて説明変数が多過ぎる場合や、予測モデルに複雑過ぎる関数を想定した場合、標本に対してはよく適合するモデルは構築されるが、未知の標本に対する予測の精度が悪化する状況である。

<sup>5</sup> 過剰適合に関しては、理論的・画一的に回避することは困難であり、経験的手法により回避を試みるのが一般的なようである。再加重による過剰適合の回避においても、現段階では理論的・絶対的な基準がある訳ではない。

<sup>6</sup> 追加的ストレス・シナリオに関しては、複製ポートフォリオの使用目的や保険ポートフォリオの特性等に応じ、それに適した適合を実現するストレス・シナリオを経験的手法により試すこととなる。



### 3.2 確率論的保険負債キャッシュ・フロー

一般に、経済価値によるリスク管理や価値管理を行う生命保険会社では、精緻な保険負債のキャッシュ・フローを確率論的に予測するシステムを保有している。このシステムを用い、作成した経済シナリオに基づいて、保険契約データを読み込み確率論的負債キャッシュ・フローを生成する。保険負債のキャッシュ・フロー予測については、本稿の対象範囲外であるので割愛する。

### 3.3 候補資産

では、複製ポートフォリオに組み込む候補資産としては、どのようなものが考えられるか。候補資産を流通性がある金融商品に限れば、最適化や再評価に要する実行速度は迅速だし、得られた複製ポートフォリオの解釈も容易であるが、十分に負債に適合する複製ポートフォリオを得ることは困難となる傾向がある。これに対し、候補資産として含める資産の制約を緩和すれば、適合度はその度合いに応じて向上する。特に、解析価格解<sup>7</sup>の存在しない金融商品も含めれば、十分な適合度が得られる可能性がそれだけ高くなる。解析解がないことにより、価格評価はシミュレーションによらなければならなくなり、最適化や再評価の速度は鈍化するが、それでも負債を確率論的に評価する場合よりずっと迅速であろうから、負債の代替評価を目的とする限り、制約をなくせばそれだけ適合度の高い複製ポートフォリオを得られる可能性が高まる。ただし、このようにして得られた複製ポートフォリオを解釈することは困難となろう。候補資産を、解析解が存在するエキゾチックな資産の範囲に止めれば、その中間的な結果が期待される。

【図表 5】複製ポートフォリオの候補資産の比較

複製ポートフォリオの構成	適合度	解釈の容易性	実行速度
流通性がある金融商品	△	○	○
解析解が存在する金融商品	○	△	○
無制約	◎	×	△

もっとも、技術的に可能だからといって、複製ポートフォリオに組み込む資産の数や種類を広げ過ぎるのは問題になることがある。複製ポートフォリオは、資産候補の集まりを前記の経済シナリオに対して最適化して得る。ここで、経済シナリオの包含する幅に比べて資産候補の自由度が高過ぎる場合、過剰適合を起し、そのシナリオ各点では良好な適合を見せるが、シナリオをはずれた事象で保険負債の特性との乖離が大きくなることがある。このような状況を回避するために、候補資産は、使用者が実務上解釈可能な範囲に止めておくことが、現実的な対応であろう。

<sup>7</sup> 解析解とは、価格式を良く知られた解析学の標準的な関数を含む簡潔な式で表したものであり、「閉形式解」、「有限項による積分」、「陽関数解」等とも言われる。ただし、これらの用語は厳密な定義に基づかずに使用されることが多いようである。本稿では、代数的演算、初等関数、不定積分の組み合わせにより表示できる式を解析解と定義する。これは、数学的には、当該解により生成される有理関数体の拡大体がリウヴィユ拡大となることと同値である（数学関連の文献では、「閉形式」が初等拡大等これと異なる体の拡大を指す場合も多いので、注意が必要である）。

### 3.4 オプティマイザ

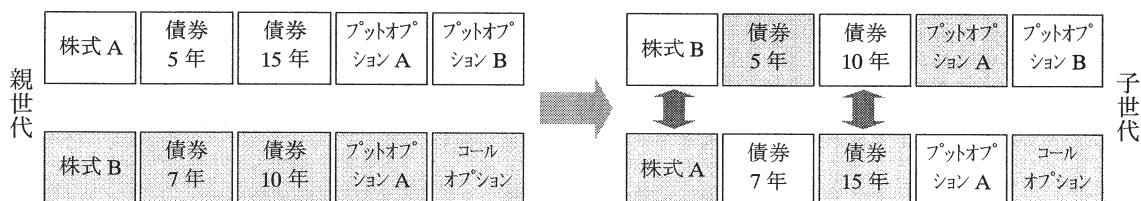
複製ポートフォリオ作成の中核となるシステムは、ポートフォリオの最適化を行うオプティマイザである。オプティマイザは、作成した経済シナリオと確率論的な負債キャッシュ・フローを入力し、候補資産を指定することにより、その候補資産から最適な複製を達成するポートフォリオを出力する。最適化を行うための目標は、前記のとおり、使用目的に応じキャッシュ・フローそのもの、現在価値の何れもあり得る。両者の中間的な場合として、期間群団で区切った幾つかの現在価値を最適化目標にすることもある。ただ、前記の目的を主眼とするのであれば、現在価値やその市場感応度を最適化目標とすることが最も自然であろう。最適化の適合尺度としては、決定係数 ( $R^2$ ) や誤差絶対値和等から適宜選択して使用するのが一般的ではないかと思われる。

複製ポートフォリオの最適化過程は非常に複雑なため、純数学的な最適解を得ることは困難である。このような最適化問題自体の研究は保険数理の範囲外であることから、本稿では理解を助けるため若干の例を挙げるに止める。

複製ポートフォリオの最適化に関し、どのようなアルゴリズムを使用しているか開示されている例は非常に少ない。ING 社は線形計画法を使っているとの報告がある ([1])。また、他の会社の公表によるとラグランジュ未定乗数法を使用している事案もあるとのことである。

【図表 6】 遺伝的アルゴリズムのイメージ

#### ◆ 交叉



#### ◆ 突然変異



これ以外に、試行錯誤的な最適化アルゴリズムとしては、遺伝的アルゴリズム (GA) が考えられる。遺伝的アルゴリズムとは、生物の遺伝のメカニズムを模倣した学習的アルゴリズムにより、近似解を探索する手法である。データ (解の候補) を遺伝子で表現した「個体」を複数用意し、適応度の高い個体を優先的に選択して交叉 (組み換え)・突然変異、淘汰等の遺伝子操作を繰り返しながら解を探索する (図表 6 参照)。

また、重回帰分析において説明変数の選択に使われる変数増加法 (前進選択法とも呼ばれる) を使うこ

とも考えられる。変数増加法では、1 つずつ候補資産（説明変数）を採用してみて、その候補資産の採用による適合度の向上を評価し、評価が最大となる候補資産を選ぶ。この過程を、以下の何れかが起こるまで繰り返す。

- ユーザが定義した最大資産数に達した
- 予測誤差に関する統計的検定量により決定される最適複製ポートフォリオの最大資産数に達した

変数増加法は、初期値として指定するパラメータが少なく、使用が簡単だという利点がある。

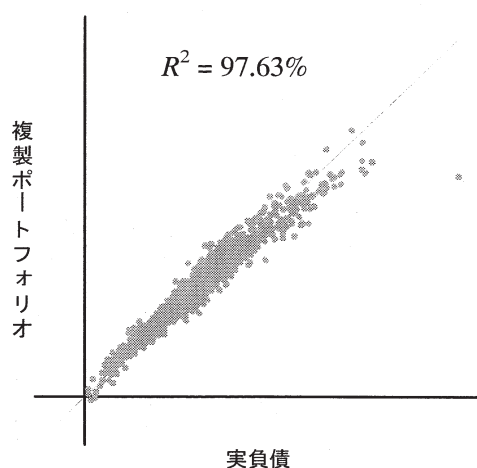
#### 4 複製ポートフォリオの導入事例

本節では、最近、ある海外の生保会社（以下「A 社」）が、以下の目的で複製ポートフォリオを導入した事案を解説する。

- リスク資本計算の簡便化
- リスク情報の拡充
- 貸借対照表予測

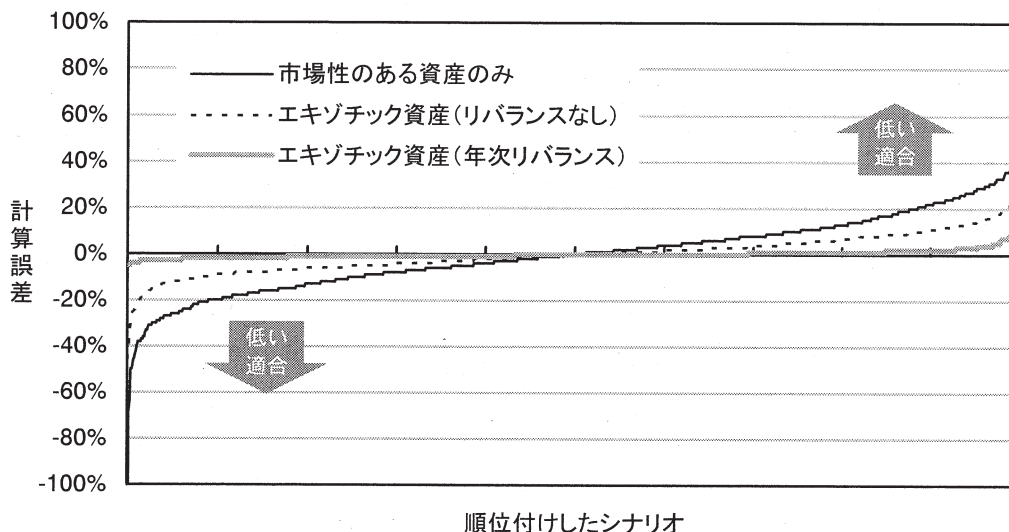
A 社は、上記目的で有配当契約の年金保証オプション（GAO）等のオプション・保証の純費用を評価するため、複製ポートフォリオを導入した。A 社の負債モデルには、株式占率の変更、配当の平滑化、保証コストの再賦課等複雑な経営意思決定規則が組み込まれており、結果として得られる負債のキャッシュ・フローも複雑な非線型性を有していた。A 社は、外部販売されている ESG でリスク中立 1,000 シナリオを生成し、保険負債（オプション・保証）の純キャッシュ・フローは A 社が有する既存のキャッシュ・フロー計算システムを多少修正することにより計算した。複製ポートフォリオの作成に関しては、短期市場価値に対する感応度を複製することを主眼として遺伝的アルゴリズムを適用して最適化を行った。

【図表 7】 当初結果（ファンド全体）



図表 7 は、市場性のある金融商品を候補資産として使用し、リスク中立 1,000 シナリオに適合した複製ポートフォリオの適合度合いを示す散布図である。結果として得られた決定係数は 97.63% であり、グラフ上も平均的なシナリオに関しては良好な適合であることが見て取れる。しかし、周辺部位では適合度合いが悪化し、グラフ右上側の標本点では相当の偏差が生じている。

【図表 8】 適合度の向上（標本 1 契約）

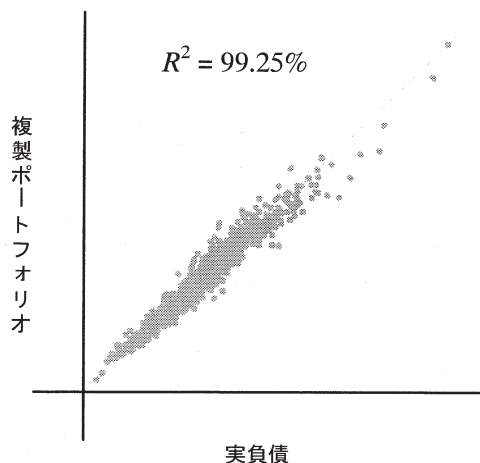


この状況をより明確化するため、標本 1 契約に対し市場性のある金融商品で適合した複製ポートフォリオの計算誤差を小さい順に整列し表示したものが、図表 8 である。これを見ると、市場性のある資産のみの場合、左右 10% の幅では、±20% 以上の誤差が生じており、ストレス・シナリオの下では複製ポートフォリオの適合が十分でないことが見て取れる。

そこで、適合度を向上させるため、仮想的な金融資産を組み込むこととした。当時の A 社の資産は、固定金利資産を中心に配分されており、リスク性資産も一部保有しており、配当オプションは、この資産配分を有するバスケット・ファンドの上のオプションになっていることが想定される。そこで、リスク性資産と固定金利資産を一定率で保有するバスケット資産やバスケット・オプション<sup>8</sup>を候補資産に加えることとした（「エキゾチック資産（リバランスなし）」）。バスケット・オプション等を加えたことにより、周辺部位での適合度が大幅に改善している。しかし、それでも相当程度の誤差が発生するシナリオが存在する。このバスケット・オプションの原資産である複合ファンドは、当初に資産配分を決定すると、その後は市場の増減により資産配分が変動するが、A 社は意思決定規則の中で、毎年資産運用割合をリバランスしているため、これにより配当オプションの原資産と乖離が生じている可能性がある。そこで、さらに年次で当初資産配分にリバランスする原資産上のバスケット・オプションも加えた（「エキゾチック資産（年次リバランス）」）。これにより、周辺部位での適合度が著しく向上し、極端なシナリオでも十分な精度が確保される目処が立った。

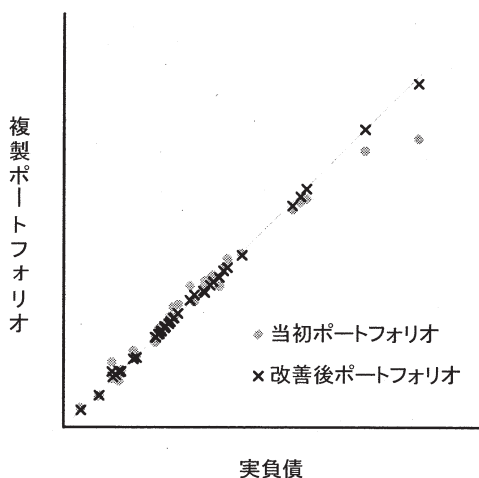
<sup>8</sup> バスケット・オプションとは、原資産が単一資産でなく複数資産のポートフォリオであるオプションのことである。

【図表 9】 適合度の向上（ファンド全体）



同様に、GAOの振る舞いを模倣するため、想定元本が複数資産のポートフォリオの総合収益指数に比例する複合スワップションを加えた。その結果、図表9のとおり、ファンド全体での決定係数は99.25%と大きく改善した。同グラフでは、図表7の際に大きな偏差が発生していた右側の標本点も、良好な適合度を示していることが観測される。

【図表 10】 ファンド全体への市場価値ストレス



もっとも、この状態は、リスク中立シナリオでの適合度を示すものであり、強い市場ストレス下での適合度は未知数である。そこで、ストレス下での適合度を確認するため、約40件の市場感応度ショック・シナリオについて、適合度の追加的検討を行った（図表10）。ここでは、個々のシナリオで、実負債の割引現在価値を確率論的に評価している。「当初ポートフォリオ」においては、グラフ左下部の単体ストレスについては高い適合度が観測されるが、右上部の極端なシナリオでは価値が過小評価され、偏差が大きく出ている。特に、最右上部のシナリオは、株式大幅下落、債券大幅下落、金利大幅上昇を複合した、99.5%百分位点より遥かに極端なシナリオである。このような極端なストレスは、通常のリスク中立シナリオには含まれにくいため、リスク中立シナリオのみを使用して最適化を行うと、ストレス下

での適合が確保できない。そこで、リスク中立シナリオに市場ストレス・シナリオも含めて複製ポートフォリオを再構築した。その結果、「改善後ポートフォリオ」に示す改善を得た。改善後は、右上部の極端なストレス・シナリオにおいても良好な適合が見られる。

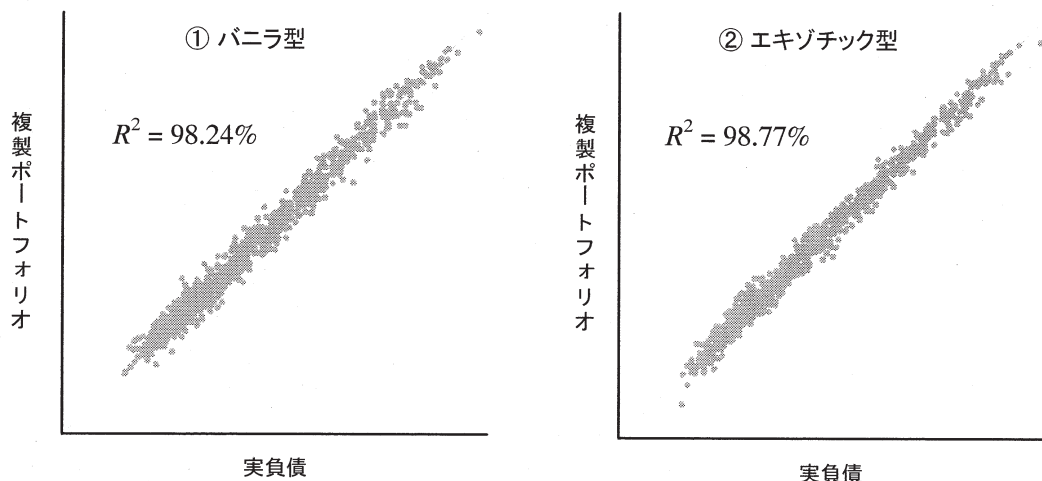
A社は、これ以外にも追加的な最適化を行い、さらに適合度を別の角度から検討を加え、最終的な複製ポートフォリオを得ることができた。A社は元々、貸借対照表予測、リスク資本のICAストレス評価用の2つの目的で複製ポートフォリオの構築を行った。しかし、平均値近傍と周辺部の双方で十分な適合度が得られたため、結局1つの複製ポートフォリオを双方の目的に使用することが可能となった。

## 5 モデル事例

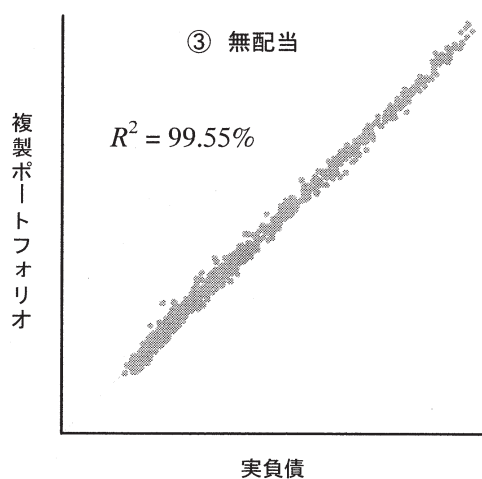
前節のとおり、海外における特定事例では、成功裏に複製ポートフォリオが導入されたが、これによりわが国の保険ポートフォリオにも複製ポートフォリオを適用できると即断できる訳ではない。もちろん、わが国の保険ポートフォリオと一口に言っても、会社によりその販売商品は様々であり、一概に一般化できるものではないが、多くの会社が販売している商品に関し、複製ポートフォリオの適合を検討することは参考になると思われる。そこで、典型的に経済変数の影響を受ける最もポピュラーな保険商品として、有配当一時払終身保険の複製ポートフォリオを試作することとした。予定利率は1.5%と仮定し、最近数年間に契約された約2,500件の仮想契約のポートフォリオを考えた。ただし、このモデル契約群団は、実在の保険契約ではなく筆者らが仮定したものに過ぎないため、現実の一般的な保険契約群団の特性を反映しているかは定かでない。市場変数に影響を受ける給付としては、解約と利差配当を想定した。解約は、10年国債利率と予定利率の差に対し、逆正接の形状で解約率が上昇するものと仮定した。また利差配当は、10年国債利率の90%と株式指数の5%の和が予定利率を上回った部分を配当率とすることとし、簡単のため死差配当・費差配当はないものとした。負債キャッシュ・フローは、リスク中立経済シナリオ1,000件を使用して全件消滅まで予測した。複製ポートフォリオの最適化は、タワーズワトソン社のReplicaシステムで変数増加法アルゴリズムを使用して行い、候補資産の最大数は200とした。

複製ポートフォリオは、①一般的に市場性のあると思われる金融商品のみによるもの（バニラ型）、②負債特性に近いエキゾチックな金融商品を含むもの（エキゾチック型）、の2つの条件で導出した。また、参考として、③無配当一時払養老保険の適合を行い、利差配当オプションの追加により複雑性がどの程度増加しているか検討してみた。

【図表 11】有配当一時払終身保険の適合



参考：無配当一時払終身保険の適合



【図表 12】複製ポートフォリオの資産配分（価値の占率）

（単位：％）

	① バニラ型	② エキゾチック型	参考：無配当
安全割引債	65.9	64.1	97.4
株式指数	-2.6	0.0	—
各種金利スワップ	0.0	1.7	-4.1
短資オプション	29.5	0.0	—
各種スワップション	4.9	-3.8	-20.0
株式オプション	2.2	3.1	—
金利フロア・カラー	—	11.5	26.7
バスケット指数	—	27.5	—
バスケット・オプション	—	-4.1	—

（注）「—」は候補資産に加えなかったことを示す。上記以外に短資等も候補資産に加えたが、オプティマイ

ザが選択しなかったため記載を省略

図表 12 では、バニラ型、エキゾチック型および参考として無配当での価値占率を比較した。有配当の双方で価値の約 65%を割引債に配分したのは、組込オプションの太宗を占める解約オプションにおいて、金利に依存する契約者の行使活動を仮定したためと考えられる。配当オプションは、バスケット資産の収益率に依存して支払われると仮定したことから、候補資産の選択肢の多いエキゾチック型では、バスケット指数およびバスケット・オプションを選択したと考えられる。これに対し、バスケット金融商品の選択ができないバニラ型では、金利オプションや株式指数でこの働きを代替したのであろう。解約オプション、利差配当という異なるオプションを同時に複製するため、様々な金融商品が使われている様子が伺われる。他方、無配当型では株式関連金融商品を含めていないが、金利関連金融商品で大規模なポートフォリオを較正し、緻密に複製をしている様子が伺える。これにより、無配当の場合は適合度が向上しているものと思われる。実際、図表 11 で、無配当の場合は有配当と比較し、一見して対角線からの偏差が少ない。以上は、簡単な設定の下における試算ではあるが、図表 11 の結果を見ると、わが国の生命保険ポートフォリオに対しても、複製ポートフォリオを構築することが十分に可能であることを示唆するものと考えて差し支えないであろう。

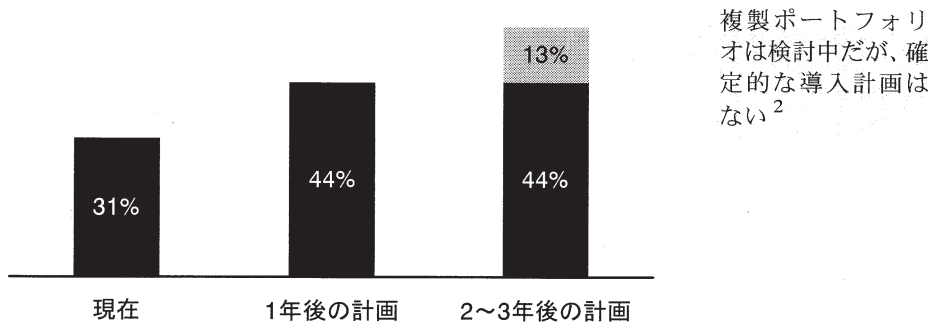
## 6 複製ポートフォリオの普及状況

複製ポートフォリオの応用は端緒についたばかりであり、またその使用内容等は会社の経営秘密に属する部分もあるため、応用事例の詳細が開示されることは稀である。導入済みの会社も、年次報告書等で積極的に開示する例は多くなく、学会やセミナー等でたまに報告があるのに止まっている。この点、欧米の主要保険会社が構成する CRO フォーラムが、2009年1月に公表した内部モデル基準化研究報告([2])では、複製ポートフォリオの使用状況が簡単ながら開示されており、貴重な公表資料となっている。これは、加盟会社 16 社および賛助会社 2 社に行った調査の結果である。これによると、多くの会社が複製ポートフォリオの実用化を開始または計画している。回答会社は、複製ポートフォリオの導入に関して複数の理由（複雑な負債のモデル化、ALM、システム実行能力の向上）を挙げている。また、複製ポートフォリオの活用により、負債に組み込まれている市場リスクの計算が迅速化できるとしており、既に複製ポートフォリオを導入した会社は、複製ポートフォリオを少なくとも四半期ごとに組み替えているとのことである。

以下に示す 3 つのグラフは、[2]から抜粋し、原注も含め粗訳したものである。図表 13 によれば、現在複製ポートフォリオを使用する調査対象会社は全体の約 30%だが、2~3 年後には過半数が導入済みとなっていることが想定されている。



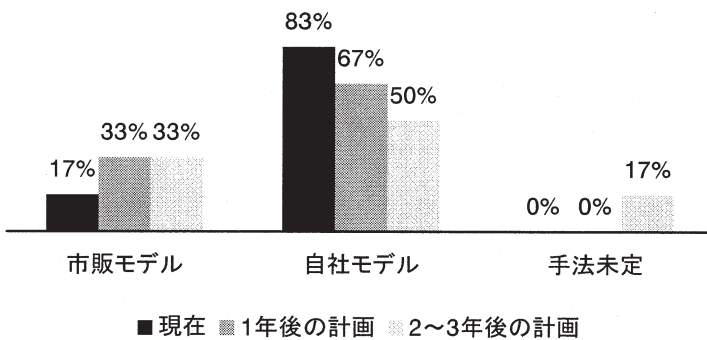
【図表 13】 経済資本に複製ポートフォリオを使用する保険者<sup>1</sup>



(原注) 1: 分析は純粋損害保険会社を除外 (百分率は合計 16 社を基礎として計算)

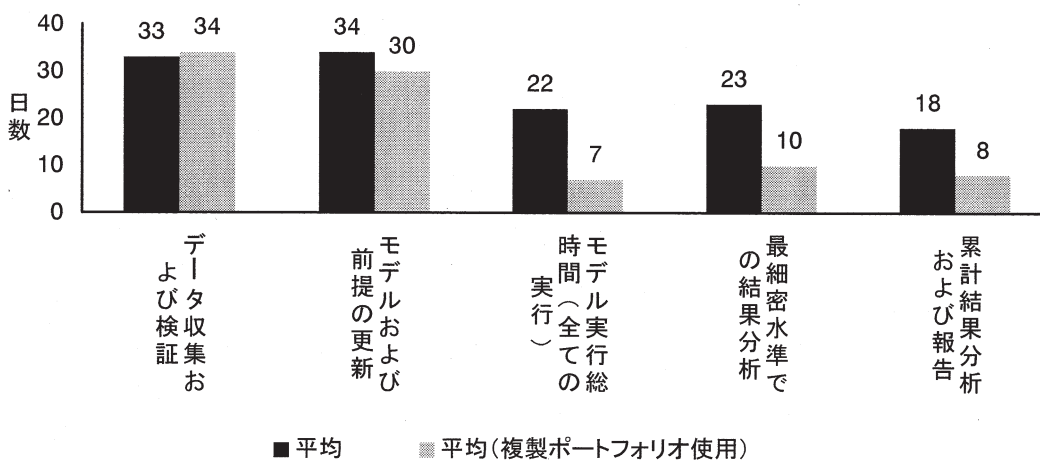
2: 13%の回答保険会社は、複製ポートフォリオの導入を計画または検討しているとの付言だったが、他の回答は計画が決定していないとのことだった。19%の回答は、複製ポートフォリオを経済資本以外の目的に検討中とのことであり、この分析に含めなかった。

【図表 14】 複製ポートフォリオの作成に使用するモデリング・ソフトウェア<sup>3</sup>



(原注) 3: 分析は、複製ポートフォリオを現在使用している 6 社に基づく (経済資本以外への複製ポートフォリオの使用も含む可能性あり)

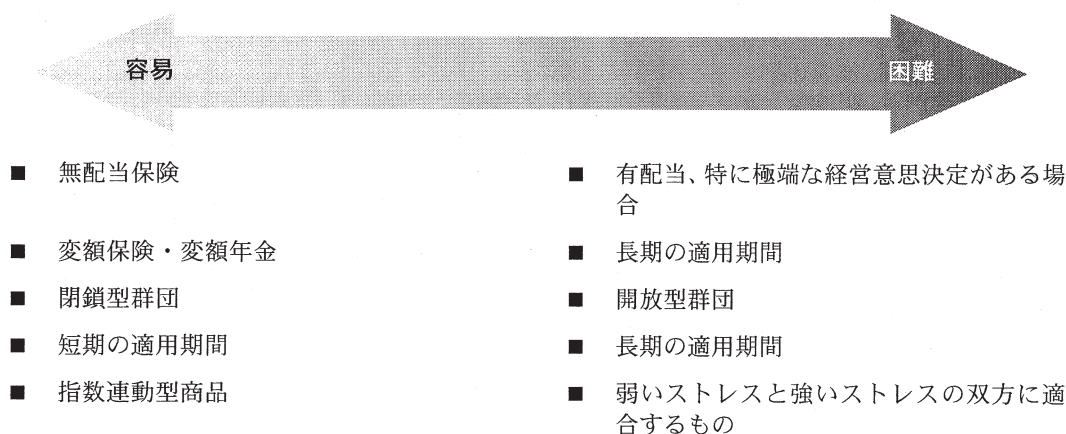
【図表 15】 モデル化速度に対する複製ポートフォリオの影響



## 7 留意事項

複製ポートフォリオにも、得意分野と非得意分野があるとされている（図表 16 参照）。保険種類で言うと、無配当保険、指数連動型商品、変額保険・変額年金等、金融的キャッシュ・フローが単純な保険種類は、比較的容易に複製ポートフォリオが構築可能と考えられる。また、保有契約のみの閉鎖型保険群団を短期の適用期間で複製することは、比較的容易である。これに対し、この逆側は困難が伴うことがある。特に、開放型群団の複製ポートフォリオを作成するのは、困難なことが多いようである。この場合、既契約群団と新契約群団を分けて複製ポートフォリオを作成し、新契約群団の規模は、例えば新契約 1 年分の複製ポートフォリオに乗数をかけることにより、簡易に求めることが考えられる。ただし、この方法だと、既契約群団と新契約群団の間に相互作用が発生する場合には、うまくいかない。例えば、転換制度により既契約が消滅し新契約が発生する事象には、適切に対応できない可能性がある。また、前例ではたまたま弱いストレスと強いストレスの双方に適合する複製ポートフォリオを構築できたが、このように行かない例も多いようである。

【図表 16】 適合容易性の傾向



以上見てきたように、複製ポートフォリオは伝統的数理モデルの近似的手法として使用することができる。では、実務上、複製ポートフォリオを経済資本のストレス計算等に使用する場合、数理モデルと比較してどの程度の近似誤差になるだろうか。この点、複製ポートフォリオは近似手法であることから、正確性は数理モデルに及ばないようにも考えられる。確かに、当初の適合時に、複製ポートフォリオには不可避免的に最適化上のモデル誤差が組み込まれ、それはその後の計算でも残存する。しかし、最適化上のモデル誤差は複製ポートフォリオ作成時に極小化するものであり、また、計量的評価が可能である。その後のストレス計算においては、複製ポートフォリオは一般に解析解により価値を算出するため、その後の計算で追加的なモデル誤差が発生することはない。従って、当初の適合時に発生した最適化上のモデル誤差のみが、その後の再計算においても再現されて混入することとなる。これに対し、通常の数理モデルは、それ自体が正確であっても、ストレスを確率論的に計算する際、ストレス・シナリオを作成時にシナリオ較正誤差が発生する可能性があるし、また、シナリオ数の制約等によりシミュレーション誤差も生ずるおそれがある。この点、複製ポートフォリオの再評価では、このような誤差は生じない。

再評価時点で考えると、数理モデル自体のモデル誤差は複製ポートフォリオと数理モデルの双方とも存在するが、それ以外の誤差に関しては、何れの誤差も本質的な相違はないのである。従って、複製ポートフォリオの近似的性格のみに着目してその不正確性を強調することはできないと考えられる。

## 8 おわりに

複製ポートフォリオには、数理システムにはない制約があるのも事実である。まず、適切な適合が必ずしも常に保証されている訳ではないし、適合度の向上を行うためには経験や時間が必要な場合がある。適合度の良否の検定も、適用業務に依存するため、すべての用途に適用可能な訳ではない。また、既述のとおり、複製ポートフォリオは時の経過に応じて陳腐化するため、定期的な再構築が不可欠となる。これは、単なる経年劣化のみならず、保険ポートフォリオの変化や資産配分、会社意思決定規則の変更等も影響する。さらに、複製ポートフォリオは非経済的前提の感応度を反映できないので、非経済的ストレス・シナリオに対しては、元の数理モデルを使用して評価せざるを得ない。

しかし、先進的な会社では急速に複製ポートフォリオの導入が広まりつつある状況を見ると（図表 13 参照）、やはりその便益の大きさが認識されつつあるのであろう。今後、わが国においても、経済価値に基づくリスク管理や、IFRS 等市場整合的な価値評価が実務として必須化することが想定される。その際、特に市場性リスク・信用リスクの評価を頻繁に行う必要性が高まり、伝統的な手法による評価のみでは実務対応が困難となる事態もあり得る。複製ポートフォリオは、このような状況を打開するための一手法として、今後ますます必要性が高まるのではないかと予想される。

なお、本稿第 4 節複製ポートフォリオの導入事例ではタワーズワトソン社 Martin Muir 氏および Vanessa Leung 氏に、第 5 節モデル事例の計算では同社朝田朋憲氏に協力いただいた。また、同社森忠彦氏には、本稿執筆に関し貴重な意見を色々いただいた。この場を借りて深く感謝の意を表したい。

## 参考文献

- [1] Caldwell, Doug, Using Replicating Portfolios for Economic Capital and Market Risk Modelling, ERM Symposium: April 2008  
[http://www.ermsymposium.org/2008/pdf/handouts/Q/Q5\\_caldwell.pdf](http://www.ermsymposium.org/2008/pdf/handouts/Q/Q5_caldwell.pdf)
- [2] CRO Forum Internal models benchmarking study, Summary results, 30 January 2009  
[http://www.croforum.org/publications/20090130\\_resource/File.ecr?fd=true&dn=crofinmodelbms30jan09](http://www.croforum.org/publications/20090130_resource/File.ecr?fd=true&dn=crofinmodelbms30jan09)
- [3] 社団法人日本アクチュアリー会、モデリング、2005 年 4 月
- [4] The IAIS Common Structure for the Assessment of Insurer Solvency, February 2007  
[http://www.iaisweb.org/\\_temp/Common\\_structure\\_paper\\_for\\_assessment\\_of\\_insurer\\_solvency.pdf](http://www.iaisweb.org/_temp/Common_structure_paper_for_assessment_of_insurer_solvency.pdf)
- [5] Leung, Vanessa, How replicating portfolios can reduce your model run time, Insurance ERM, 27 July 2009

- [6] Tan, Karan, The Practicalities of Producing and Using Replicating Portfolios, 15th EAAC, August 2009  
[http://www.eaac15th.org/upload/eaac/Session%2017\\_1\\_1.pdf](http://www.eaac15th.org/upload/eaac/Session%2017_1_1.pdf),  
[http://www.eaac15th.org/upload/eaac/Session%2017\\_1\\_2.pdf](http://www.eaac15th.org/upload/eaac/Session%2017_1_2.pdf)
- [7] Wilson, Thomas C, Risk Management & Solvency II at Allianz, PRMIA Munich Chapter Meeting, 19 March 2009  
[http://www.prmia.org/Chapter\\_Pages/Data/Files/2951\\_3322\\_PRMIA%20Munich%203-19-2009%20final\\_presentation.pdf](http://www.prmia.org/Chapter_Pages/Data/Files/2951_3322_PRMIA%20Munich%203-19-2009%20final_presentation.pdf)

# Practical use of replicating portfolios for life insurance business

Nobushi Mitsuishi

Watson Wyatt Insurance Consulting KK, a Towers Watson Company  
Ichigaya Tokyu Bldg 8F, 4-2-1 Kudankita, Chiyoda-ku Tokyo, 102-0073 Japan

## Abstract

Life insurers have recently been facing increased demand on IT resources due to accelerated complication in the reporting framework. Reflecting the swelling calculation workload, leading life insurers in Western countries have started implementing advanced modelling techniques using replicating portfolios for insurance liability evaluation. A replicating portfolio for practical use is a portfolio of financial instruments chosen to match a portfolio of insurance liabilities as closely as possible on various economic scenarios.

A replicating portfolio can, once derived, quickly and easily revaluated using relevant closed form solutions, and thus this can be a good proxy for market consistent valuation of the insurance liabilities for risk management and reporting including IFRS. Using a replicating portfolio, drastic improvement in liability valuation is expected in terms of calculation speed. In addition to this, people can easily interpret the complex features of insurance products underlying the liabilities via the representing asset portfolio selected for the replicating portfolio. Replicating portfolios are currently used mainly for:

- swift valuation of economic capital;
- preparation of quick management information; and
- performance measurement of life insurance business.

Various IT components including an economic scenario generator, a stochastic liability cash flow projection system and an optimiser are used to derive a replicating portfolio for a portfolio of life insurance liabilities. It is practically important to prevent overfitting when selecting economic scenarios and candidate asset classes and optimising the portfolio.

According to precedents of implementation of replicating portfolios, it is fairly expected that an effective replicating portfolio for practical use is constructed through some try and error processes. Whilst replicating portfolios have recently been introduced in various aspects, it is anticipated that the use of replicating portfolios will become more and more important for management of life insurance business.