講　演

金融リスクの計量化の再検討
統計データとは何か

東京大学大学院数理科学研究科　楠岡 成雄

JARIP 第 10 回大会　会長講演
2012 年 11 月 10 日（土）東京大学 駒場キャンパス 数理科学研究科棟

【楠岡】 どうもおはようございます。楠岡でございます。今日は会長講演ということで、あまり会長講演というのはやったことがないのですけれども、いつもだと講演というと「結果出さなきゃいけない」と思ってやるのですが、会長講演ということもありまして、今日は実は私の結果は一つもありません。古い結果が少し混じっているのですが、基本的にはありません。かつ、結論も、話も何もかも全てアバウトで、「何をやってるんだ」と言われてしまうかもしれませんが、考えをお話しさせていただきます。ですから、今日の話は、最初は数学的で後は全く文科的な、理科系とは思えないような話になると思います。

最初に金融リスクの計量化の再検討ということで、今回の話は検討するばかりで、少しも先へは進まないのですが、金融リスクの計量化ということはずっとやられてきたわけです。後のスライドに行ってしまうかもしれませんが、結局、金融リスクというものの計量化について数学的な研究も相当進んでいって、その中でフレームワークなどをいろいろと作っていったわけなのですが、しかしながら、そのように積み上げてきたものがリーマンショックによって破れ去ったといいますか、密かにですけれども、どうも大きな間違いをしでかしていたというような反省があります。このような金融リスクについて特に大御所と言えるのは、今、ベルリンにおられるハンス・フェルマーというかたです。最近はお会いする機会もないのですけれども、彼がどのようなことを考えているのかと思ってホームページなどを見ていますと、最近このようなレビューを書かれていて、

金融リスクの計量化

考え方： Föllmer の考え方が代表的
１期間モデルを基礎にする

良いレビュー

Hans Föllmer, Thomas Knispel

Convex Risk Measures:
Basic Facts, Law-invariance and beyond,
Asymptotics for Large Portfolios

この中では中心極限定理との関係（アクチュアリー的な問題）
も述べられている

こちらの人の名前は全然読めませんが、コンベックス・リスクメジャーという、どこかで講義したレクチャー・ノートのようですが、その中にこのような論文があります。

この論文の中で、昔、何年か前に来たときに、このようなものとアクチュアリーのような話とはどのように絡むのかというような議論をしていたせいか、そのことも少し書かれています。皆さんがたが読んだら大変ご不満かもしれないけれども、とにかくアクチュアリー的な問題も考えておられます。それは、例えば非常に契約数が多くなっていったときにどのように考えるべきか、どのような結果が数学的に出てくるか。そして、確定的なガーバーのような話の結果も表れてくるというような感じです。

まず金融リスクの計量化というときには、一応、数学的なフレームワークという形では、今のところフェルマーの考え方が基本的で代表的なので、そこをベースにして、かなり数学的ですけれども、話をさせていただきます。まず一期間モデルという形で、金融リスクの計量化というのはどんどん話が進んでいって、例えば多期間だとどうなるのかなど、いろいろなことがあったわけですが、今日の話はどちらかというとベーシックな部分を問題にしたいので、完全に一期間モデルで物を考えようと。ですから、現在があって未来という、その二つしかないと考えていきます。

Ω ：シナリオの集合（今後考えられる経済変動等のシナリオすべて）
$\mathcal{F}$: Ω 上の σ-加法族　（数学技術の理由から設定）
シナリオ ω が起きた時の (事後の) 会社資産価値 $X(\omega)$
$X \in m(\mathcal{F})$ ：$\mathcal{F}$-可測関数　（数学技術の理由からの仮定）
$X(\omega)$ は事前のポートフォリオにより決まる
許容できる事後の資産状況 $\mathcal{A} \subset m(\mathcal{F})$
$\mathcal{A}$ の満たすべき性質
(1) $0 \in \mathcal{A}$
(2) $X \in \mathcal{A},\ X \leqq Y \Rightarrow Y \in \mathcal{A}$

(凸性の仮定) $X, Y \in \mathcal{A},\ \lambda \in (0,1) \Rightarrow \lambda X + (1-\lambda)Y \in \mathcal{A}$
凸性は必要か？　悪くない仮定ではある
ストレステストに合格するものの集合は凸性を持つはず

それで、しばらくは数学的になりますが、Ωという集合をまず考えましょう。これは、皆さんご存じのように、コルモゴルフが与えたΩという確率空間の基礎になる部分ですが、金融リスクの計量化を行うときは考えうるシナリオの全体を考えるのだという考え方です。ですから、その中には、ありとあらゆるものが全部Ωには入り込んでいます。今後考えられる経済変動等のリスクのシナリオ全てということですが、そのような集合を考えましょう。もちろんそれは具体的にということではなくて、そのようなΩというものを与えられたとしましょうという考え方です。次に、これは数学的な要請として、Ωは非常に巨大な集合である可能性がありますので、その上のσ - 加法族というものを考えるという、これは数学技術の問題です。ですから、この $\mathcal{F}$ は、あまり深い意味がありません。

次に考え方として、シナリオωが起きたときの事後の会社資本価値が、$X(\omega)$であると。すなわち、それが確定する。ですから、シナリオは、それほど細かく全部書かれています。要するに非常にアバウトなシナリオではなくて、例えば景気が良くなる、悪くなるというようなシナリオだと、景気が良くなったらうちはどうなるかと言われても、確定させるのは難しいわけですね。しかし、そうではなくて、非常に細かいシナリオがΩの中に書かれていて、そのシナリオが起きたときには、これは一期間モデルを考えていますので、現在に対して将来の会社資産価値が$X(\omega)$というもので与えられます。そして、この X は、これは非常に技術的な仮定として、$\mathcal{F}$ -可測であると。ここはあまり深く考えなくてけっこうです。単に関数だと思っていただいてけっこうだと思いますが、さらに X の ω という値は、事前のポートフォリオにより決まっています。今、ここは一期間モデルを考えていますので、その間にいろいろとやることは一切できません。ですから、考えることは、どのように物を考えていくべきかなので、本当の実際の問題にどのように対処するかというよりも、基本を明らかにする。そして、その中でこのようなポートフォリオを一つ決めると、シナリオωが決まると、$X(\omega)$という値が決まります。

そのようなことをわれわれが全部知っているという、この辺はかなり強い仮定かもしれませんが、そのうえで、$X(\omega)$は事後の資産状況ですね。Xとして許容できるものは何か、その許容できる資産状況をAと表しましょう。ですから、もちろんAは、考えうるものは全て$m(\mathcal{F})$と書きましたが、ここは勘弁してください。それは可測関数全体なわけですが、その中の部分が許容可能です。ですから、部分集合だということになります。このAの満たすべき性質は何かということで、まず1番めにゼロ、すなわち何が起きても資産価値がゼロであるというものは許容できるのかということになりますが、ゼロならば倒産はしていないということですので許容できるとします。それから二つめに、Xが許容できて、しかもYは、常にXを上回る。何が起きてもXよりYのほうが上回るときは、Yも許容できる。この1番と2番は、ほとんどトリビアな仮定です。フェルマーさんは、これは後で問題になりますし、これが本当かということはありますが、凸性の仮定というものを常に頭に置いています。それはどのようなことかというと、XとYが許容可能であれば、$\lambda X+(1-\lambda)Y$。すなわちωが起こったときに、資産の価値が$\lambda X(\omega)+(1-\lambda)Y(\omega)$になっているというような状況を考えて、それも許容できると。ここは、なぜだという感じがするかもしれません。

ただ、この仮定は、それほど悪くはない仮定です。それはなぜかというと、われわれが思いつくいろいろなことを考えたときに、例えばこのようなシナリオが起きたときにはこれをクリアしていなければいけないという、それをストレステストと呼ぶことにすると、$X(\omega)$が与えられた基準をクリアしていて、Yも$Y(\omega)$が基準をクリアしていれば、当然これもクリアするはずです。要するにこれはだめというのは、時々場合によってはいろいろなことがあるかもしれませんが、普通は、ωが起きたときにはこの水準以上でなければいけないというのがストレステストの基準ですので、確かにこの凸性は満たされます。その他、いろいろと考えていくと、ここここはいいけれども、途中は悪いというような許容性を考えるのは難しいでしょう。ですから、ここはどちらかというと、Aで1と2さえ満たせば何でもありということでは話が進まなくなるので、凸性をどうしても仮定したいというような感じがフェルマーさんにはあるのですが、これはそれほど悪くない仮定のようにも思います。

ただ、今の1、2と、および凸性だけを仮定しても、あまりにも多すぎるわけですね。そのような集合というのはいくらでも考えられるので、何を選んでいいのか分からないということになります。そこで、最初に言ったリスクの計量化という問題があります。ですから、計量化という言い方だと、何か値を返してくれるのがうれしいわけです。そのためにどのようなことをやるかというと、先ほど可測関数全体を考えると言いましたが、それは少し巨大すぎるので、部分ベクトル空間χというものを何か考えましょう。この上で世界を、物事を考えていきましょう。ですから、資産条件は、全てこの上にあると思って話を進めていきましょう。

この性質を持つものは多すぎて何がよい基準かわからない！

［計量化］

(1) 対象となる $m(\mathcal{F})$ の部分ベクトル空間 $\mathcal{X}$ を設定

(2) $\rho : \mathcal{X} \to [-\infty, \infty]$ を以下で定義

$$\rho(X) = \inf\{a \in \mathbf{R};\ a + X \in \mathcal{A}\}, \qquad X \in \mathcal{X}$$

（通常は $\rho(\mathcal{X}) \subset \mathbf{R}$ となるように設定される）

$\rho(X)$ はポートフォリオを変えないならば第 0 期に必要な資本と解釈

（金利はここでは無視する）

$\mathcal{A}_\rho = \{X \in \mathcal{X};\ \rho(X) \geqq 0\}$ ：これも許容できるものの集合

この χ の上に、関数 ρ というものを置きます。この ρ はどのように決めるかというと、このように $\rho(X)$ を、少し数学的ですが、inf{a∈R：a+X∈A}と決めます。多くの場合、この X というものを制限することによって、この定義だとマイナス無限大も無限大も起こりうるわけですから、そうはならないように通常は χ が設定されるということですけれども、この $\rho(X)$ というのは、ポートフォリオを変えないならば、第 0 期に必要な資本と考えられます。すなわちどのようなことかというと、ポートフォリオは変えたくないといっても、結果として各 ω というシナリオに対して $X(\omega)$ ということが起こってしまう。起こってしまえばだめかもしれません。そのために必要資本を a だけ足して、ここでは金利などは一切無視していますけれども、ω が起こると a+$X(\omega)$ になるわけですね。その a を足すことによって許容できるとすると、a として一番小さく取ろうと。ですから、それが最小限必要な資本だというように解釈します。それを $\rho(X)$ と呼びます。そうすると、$\rho(X)$ というのは、幾つかの性質を満たすわけですね。

それから、少しここで注意しなくてはいけないのは、この $\rho(X)$ が正であるというものを A_ρ と書くと、A_ρ と A は大体同じなのですけれども、少しずれが出てきます。それは大した意味はなくて、どちらかというと、A の代わりにこれを考えていると思ってもいいです。ですから、このような ρ という関数があったとすると、このような集合を許容できる集合と考えているというようにも解釈できます。

$\rho:\mathcal{X}\to\mathbf{R}$ の性質

(1) $\rho(0)=0,\ \rho(X+c)=\rho(X)-c,\ X\in\mathcal{X},\ c\in\mathbf{R}$

(2) $X,Y\in\mathcal{X},\ X\leqq Y\ \Rightarrow\ \rho(X)\geqq\rho(Y)$

(凸性の仮定)

$X,Y\in\mathcal{X},\ \lambda\in(0,1)\ \Rightarrow\ \rho(\lambda X+(1-\lambda)Y)\leqq\lambda\rho(X)+(1-\lambda)\rho(Y)$

(正一次同次性の仮定)

$X\in\mathcal{X},\ \lambda>0\ \Rightarrow\ \rho(\lambda X)=\lambda\rho(X)$

これらすべてを持つもの： coherent risk measure

Föllmer は同次性にはあまり重きを置いていない

ρ が満たさなければいけない性質というのは、まず最初にゼロが許容されているということから、必ず $\rho(0)$は少なくとも負なわけですね。ゼロは許容されています。しかし、常にマイナスは許容できないだろうということなので、結果として、$\rho(0)=0$ になります。それから、今の定義から、$\rho(X+3)$は $\rho(X)-3$ となる。それから、さらに X と Y で Y が常に X を上回るなら、必要資本は必ず $\rho(X)$のほうが大きくなります。このような 1 と 2 というのが、元々の性質と A の意味ですね。1、2、およびネガティブな数は A に含まれないだろうというのは仮定には入れていませんが、そのようなことを入れると、この 1 と 2 が出てきます。それから、凸性の仮定がもしあれば、必然的に ρ もある種の凸性を満たすというような感じで性質が決まります。

そのほかに、この辺からは考え方なのですが、今後 ρ というものを相手にするとしたときに、まず正一次同次性の仮定というのは、実はフェルマーはあまりこれは好きではなさそうなのですが、X を λ 倍したときには、必要資本は λ 倍になります。これが正一次同次性です。しかし、λ が 1.1 であれば何となく本当っぽいですが、λ が 1 億倍だとすると、株を 100 株買うのと 100 億株買うのではリスクが大きくなるということで、不安になるわけですね。ですから、この正一次同次性というのは本当だろうかと。その一方で、これがないとなかなか使いにくいということも確かですね。ですから、正一次同次性も、しばしば仮定されることがあります。ご承知のように、この 1、2 と、この凸性と正一次同次性があるものを、「コヒーレント・リスクメジャー」と呼んでいるわけです。フェルマー自身は、正一次同次性はあまり重要だと思っていないのですね。そのために、元々のタイトルが、ここでは「コンベックス・リスクメジャー」。すなわち、基本的にはこの 1、2 および凸性を満たす、そのようなものしか頭に描いていません。

過去データをどのように考えるべきか！

確率の概念の導入

P : $(\Omega, \mathcal{F})$ 上の確率測度

(法則不変性 (law invariant) の仮定)

$X, Y \in \mathcal{X}$, X, Y の分布が P の下で等しい $\Rightarrow \rho(X) = \rho(Y)$

これまで提案された具体的なリスク尺度はほぼすべて法則不変性をもつ！

Value at Risk

Average Value at Risk,　Conditinal Tail Expectation

shortfall risk measures

divergence risk measures

Haezendonck risk measures

the entropic risk measures

それにしても、このような条件を満たすものは、さらに大きすぎます。それからもう一つは、今の話というのは経営者が「こうしよう、ああしよう」と頭で描いているということになるのですが、現実には、われわれは過去データを見て判断を下します。過去データを見て、これは安全だろう、危険だろうというように考えることが多いわけです。そうすると、過去データとどのように折り合いをつけるべきなのか。そこで、本来はなかったはずの、$(\Omega, \mathcal{F})$上の確率測度というものが登場してきます。世の中は確率測度に沿って動いているのだと理解するとしますと、今、X と Y というのは二つ状況があるわけですが、これは P の下での分布が等しい。すなわち、X が 100 以上の確率は常に Y が 100 以上に等しいなど、そのようなときには、このようなものを果たしてわれわれは区別できるだろうかという考え方もあるわけです。あくまでそうではないという話も後で出てくるのですが、そのようなものが等しいときは、$\rho(X)$と$\rho(Y)$が同じだとしましょうと。これがロー・インバリアンス（法則不変）という仮定で、これは私が名づけた概念です。今日の話で私が貢献したのはここだけなのですけれども、実際にどのようなものを考えましょうかというリスク尺度ですね。具体的にいろいろな概念が考案されているわけです。それは、ほぼ全て、実はこのロー・インバリアンスをもつ。

まず、バリュー・アット・リスクというものが広範囲にわたってやられているわけですが、ご存じのようにこれは、一次同次性もあるけれども、コンベックス以外の性質を満たす。しかし、とにかく一次同次性は満たしている。それから、フェルマーの論文の中に「アベレージ・バリュー・アット・リスク」という言葉が使われているのですが、こちらの業界ではというのは変ですけれども、コンディショナル・テイル・エクスペクテーションなど、いろいろな名前が使われています。フェルマーがそのように言ってしまうと、何となくこの言葉が数学用語としては固まっていくような感じなのですが。アベレージ・バリュー・アット・リスク、すなわちコンディショナル・テイル・エクスペクテーション CTE も、もちろん法則不変です。

それから、この辺のものは私もよく分からないのですが、ショートフォール・リスク。ここにあげたものは、全てこの論文にどのようなものか書かれています。性質も述べられています。とにかくさまざまなものがあります。例えば、このようなコンベックス・リスクメジャーのようなものは、正一次同次性はだんだん満たさなくなっていきます。CTE は一次同次ですけれども、その後あたりから、一般的にはだんだん一次同次ではなくなってきます。一次同次ではないものが実務で使えるのかという問題は多々あると思うのですが、学者の世界ではこのようなものが考えられている。ですから、このロー・インバリアンスというのは、現実的には非常に広範囲に用いられたわけですね。

「リーマンショックに対する反省」
P が所与（あるいは知ることが出来る）と考えたことが誤り

Föllmer の Beyond Law-Invariant
統計推測の誤りを考慮するという発想に見える（さらにネイマン的）

例えば　ρ が法則不変なリスク尺度とする時それは X の P の下での分布 F_X^P の関数となる、則ち

$$\rho(X) = R(F_X^P), \qquad X \in \mathcal{X}$$

であるが $\mathcal{Q}$ を P を含む　$(\Omega, \mathcal{F})$ 上の確率測度よりなる族とした時

$$\tilde{\rho}(X) = \sup\{R(F_X^Q);\ Q \in \mathcal{Q}\}$$

を考えるという発想

ところが、結局、リーマンショックというものが起こったわけです。フェルマーの論文のタイトルを見直すと、ロー・インバリアンス・アンド・ビヨンドと書いてあります。要するに、ロー・インバリアンスはだめだというようなところがあるわけです。ビヨンドしないといけない、それを克服する必要があると。ビヨンド・ロー・インバリアンスというような感じの考え方ですね。結局、リーマンショックの問題は何であったのかということで、一つのポイントとして、今までやってきたのは P が所与である、あるいは完全に知ることができる、そのようなことが大前提としてあったではないか。そこに、かなり大きな問題点があるというようわけです。

では、フェルマーはどうしようかということで述べていますが、フェルマーの考え方は、次のような感じです。すなわち ρ が法則不変なリスク尺度ですので、それは、X の P の下での分布関数ですね。F_X^P とそれを書くとすると、分布関数を決めれば決まってしまいますので、$\rho(X)$というのは、$R(F_X^P)$すなわち分布の関数として、分布関数の関数という汎関数として表現できるでしょう。次に、Q という集合、P を含む$(\Omega, \mathcal{F})$ 上の確率測度よりなる族、それが何であるかはフェルマーが明確には述べておりませんが、そのようなものを考えろと。そして、新たな $\rho(X)$として、新たに $R(F_X^Q)$、すなわち P の下ではなくて、Q の下での分布を

考えます。そして、それを Q について sup をとる。そうすると、もはや $\rho(X)$は、ロー・インバリアンスは満たしません。というのは、P の下でいくら分布が等しくても、一般には Q の下では等しくなくなっていきますから、そのように新たなものを作る。このようなリスクメジャーを考えることがいいのではないかというのが、フェルマーのアイデアです。

ただ、私は、これは先週でしたか、JARIP 研究会での吉村さんの講演へのコメントで、モデルリスクという概念はパラメーター・リスクと区別しなければいけないと申しました。実はフェルマーの考え方というのは、まずモデルリスクを考えたいのだけれども、そこはパラメーター・リスクを考えています。フェルマーは「おまえは俺の言うことを曲解してる」と言われてしまうかもしれませんが、一つの考え方として、P というものをデータから見つけたときに、それはそう推測するだけで、本当に正しいのか。統計的な推測の誤りがあるだろうと。そうするとどうするかというと、例えば、もう少し広く範囲を、いわゆる信頼区間を取るというような感じですね。そのような考え方で、P 以外の可能性をもっときちんと検討して、それを膨らませろと。そして、そこで sup を取ります。sup を取るのもなぜかよく分からないのだけれども、それは、ネイマンの考え方に近いところがあります。ネイマンはリスクメジャーについて何も言っていないのですけれども、ネイマンの考え方というのは、信頼区間の中にあるものは対等と見なすところがあります。ネイマンというのは、完全なる反ベイズですのでね。完全な反ベイズと言ったらネイマンは怒るかもしれないけれども、徹底した考え方で、真実は一つしかないという考え方をネイマンは強く持っているので、このパラメーターとこのパラメーターと、「こっちのほうが確からしい」などということは絶対に彼は言わないのですね。信頼区間に入ったものはみんな対等と見なすわけです。

それに対して私自身は、今日まで考えたのですけれども、うまいアイデアは見つかりませんでしたが、ベイズ的な考え方もありうると。すなわちどのようなことかというと、選んだ P というのは、一番もっともらしい P である。しかし、その周辺に、そうではないものがたくさんある。それから、非常に遠く離れた、逆にこのような集合のはるか外の Q もある程度の確率でありうるだろうというようなことを考えたときに、どのようにリスクメジャーを定義すればいいかを考えたのですけれども、よく分かりませんでした。ですから、本当は「こういうアイデアもあるよ」と言いたかったのですけれども、それはできませんでした。ただ、私自身は、この基本が間違っているという感じを持っています。フェルマーの考え方は元々十分ではないだろうと。

Föllmer の考え方では十分ではないと思われる

時系列データ $x_1, \ldots, x_N$, が与えられた時、その分布に意味があるか ?

データに対する確率（統計）モデルに依存する

確率モデル I
$X_1, \ldots, X_N$ が独立同分布
$x_1, \ldots, x_N$, の分布に意味がある。

確率モデル II

$$X_k = X_{k-1} + Z_k, \qquad k = 1, 2, \ldots, \qquad Z_1, Z_2, \ldots \text{ が独立同分布}$$

$x_2 - x_1, x_3 - x_2 \ldots, x_N - x_{N-1}$, の分布に意味がある。

なぜ十分ではないのかということなのですが、そこでだんだん怪しい話に突入していきますが、まず時系列データが、x_1 から x_N というものが与えられたとします。そのときに、分布ということをすぐわれわれは考えたくなるわけですが、何の分布を見るべきかということですね。そのためには、どうしてもデータに対する確率モデルというものが必要になると思います。まず確率モデル I として、確率変数 X_1 から X_N という独立同分布のものがあって、その実現値であると考えましょう。そうすると、この x_1、x_N の分布そのものに意味があります。しかし、確率モデル II として、今度は $X_k = X_{k-1} + Z_k$ で、$Z_1, Z_2, \ldots$が独立同分布の確率変数であって、X_k はそれを単に重ねていっているというモデルを考えたときには、今度はこの差に分布に意味があるわけで、これ自体の分布には全く意味がないということになります。ですから、この分布を見るのは間違いで、こちらを見ようということになります。

確率モデルⅢ

$$X_k = aX_{k-1} + Z_k, \qquad k = 1, 2, \ldots, \qquad Z_1, Z_2, \ldots \text{ が独立同分布}$$

$x_2 - ax_1, x_3 - ax_2 \ldots, x_N - ax_{N-1},$ の分布に意味がある。

統計モデル
確率モデルⅢで a の値が未知
a を推定したとしても $x_2 - ax_1, x_3 - ax_2 \ldots, x_N - ax_{N-1},$ の分布に意味があるか？

そもそもモデルはどこまで信頼できるのか？
「モデルリスク」とは何か

そして、今度は確率モデルⅢとして、もっとややこしい、しかし、よくあるものです。要するに X_k というのは、$aX_{k-1}+Z_k$ となっていて、$Z_1,Z_2,\ldots$が独立同分布であると考えるならば、x_2-ax_1, x_3-ax_2 という、このようなものの分布に意味があるということになります。ところが、これも a を知っているという仮定の下であって、もし a が分からないとき、統計モデルでよくあるパターンですが、そのときには、例えば a を推定したとしても、その推定値の下でこれを見て分布に何か意味があるか、かなり怪しくなってくるということですね。

ですから、われわれは、データは見ています。それに対して、そのデータを解析するためには、何かのモデルを本当は持っていないといけません。世の中は素朴にデータをいつも見ていることが多いわけなのですけれども、明らかにおかしいものは普通は見ないわけで、例えば株価のデータを見るときには、その分布を言うと「バカか」と思われるわけですが、前日との比を見ると、何となくそれは意味があるかと思ってしまうわけです。ですから、本当の生データの分布を考えることはなく、もっともらしいものの分布をいつも見ているけれども、本当にそれはいいのか。このようにモデルを立てて初めて考えることができるわけだけれども、そもそもこのようなモデルも、どこまで信用できるのか。結局、モデルリスクという言葉に行き着きます。

モデルリスクという言葉は非常に曖昧な言葉で、モデルリスクとは何かという問題に入っていくわけです。ここから考え方が若干懐疑的になっていくわけですが、一体何のデータを見ているかということを、もう少し考えながら見たほうがいいのではないでしょうか。

何のデータを見ているのか：「確率」を適用できるのか。

確率分布がわかっていればリスクには対応可能

確率分布を決めるパラメータの変化：データの「定常性」に対する疑念
そのリスクに対してはパラメータ推移に対する確率過程モデルが必要
そこでいう「確率」はベイズ的な確率（メタな確率）ではないのか
有効なモデルは作れるのか
パラメータがジャンプする ⇒ 想定外のリスク

モデルⅢで a が変化していく：その推定値の分布に意味があるか

「定常性」の適用期間
過去１００年間のダウ平均の日次収益率の分布に意味があるか

そのデータに対しては本当に確率という概念を適用できるのか、そのような問題をよくよく考えて、現実には我々はエイリアンではないわけですから、もっともらしい方法を使うわけですけれども、何も考えずに機械的に処理していくのは、やはり非常に危険なのではないでしょうか。

まず非常にポイントになるのは、早い話が、確率分布がよく分かっていれば、リスクには対応可能でしょう。分布がよく分かっていないから、リスクがかなり問題になってきます。これは後でも若干触れますが、例えばナイト(Frank H. Knight)が、彼は言葉の使い方が違っているので言葉の定義も本当はしなければいけないのですが、ここでは不確実性から起こる何かを全部リスクということにします。ですから、あまり深く考えずに、通常言われる「リスク、リスク」という言葉で言っていますけれども、普通はどのようにリスクを考えるかというと、確率分布を推定していくわけですね。

問題なのは、確率分布を決めるパラメーターが変化していくということが起こると、データの定常性と呼ばれるものにだんだん疑念が生じてくるわけです。極端な話、そのようなリスクに対応するには、今度はパラメーター推移に対する確率過程モデルが必要になります。しかし、そこで言う確率モデルは、何を見ているのか。すなわちパラメーター推移について確率過程モデルを立てるということについては、多分、ノンベイジアンからは大変なクレームがつくでしょう。それは、どちらかというとベイズ的な確率を見ているのではないか。ですから、非常にメタな確率だと言わざるをえないということになります。それから、その有効なモデルが作れるのか。最悪な場合が、パラメーターがジャンプする、すなわち一挙に全然違う世界に飛んでしまう。そうすると、それが、いわゆる想定外のリスクということになってしまうのですね。

ですから、このようなことを考えるときに、確率は何かなど、そのようなことを常に考えなければいけません。それから、モデルⅢに a が変化していくなどということになってくると、a を推定して、それがどんどん変化していくのをまた見ようというようなことになっていって、それが本当に意味があるのか。要する

に、確率モデルに対してさらにメタなモデルを考えて、場合によってはそのまたメタを考えてというようなことになっていって、そこにおいて、本当にこれまで構築してきた確率論などが適用できるのかという問題があるだろうと思います。例えば定常性の適用期間にも、大いなる問題があります。これは、むしろ皆様がたのほうが、実感としては持っておられると思います。

ですから、このようなことを言うと非難を受けるかもしれませんが、最近私が見た経済物理学の記事には、過去100年間のダウ平均の日次収益率の分布というのを見たら、裾野が広いことがわかったと書いてありました。正規分布ではないと主張しているのだけれども、正規分布ではないことはそうかもしれないけれども、100年間のダウ平均の日次収益率というのは、そもそもその分布に意味があるのかどうかよく分かりません。100年の間に構造が完全に変化しているとしたら、何を見ているのかということになってしまいます。ですから、このようなものはもっともらしい話だけれども、かなり危険な話でもあるということです。

・生命保険におけるリスク
死亡率：それを与えれば分布が決まる、確率モデルのパラメータ

・融資：デフォルト率がわかっていればリスクには対応可能
デフォルト率の変化：マクロ経済状況の変化

・ファイナンスにおけるリスク
ファイナンスのモデル
Implied parameter の変化：その分布を問題にしてリスクを計っていた
日々変動するパラメータ（？）の分布
極めてメタなデータを見ている

それで、この辺からはだんだん話が怪しくなるですが、これも後の話に絡むのですけれども、例えば生命保険におけるリスクというのは、非常に狭い意味で考えています。まず死亡率という、生命表が与えられれば一応分布が決まるので、何とかなります。すなわち死亡率というのは、いわば確率モデルのパラメーターだと考えることが可能です。ところが、実際問題として、私も昔、標準死亡率諮問委員会で説明を聞いておりましたけれども、日本のアクチュアリーの方々は、過去5年間に観測した死亡率が将来全く変化しないとは考えていないわけですね。ですから、過去データから、非常に複雑なやり方で、だんだん死亡率が改善するようなことを一応盛り込んで、生命表を作っておられます。どう考えても、過去においては死亡率が徐々に変化していたのは確かなわけですから。そうすると、そこでは実はパラメーターに対するモデルを作っていたということになるわけです。パラメーターに対するモデルですから、外れることは大いにあるわけです。実際問題として私がそのとき経験したのは、突然70歳ぐらいの女性の死亡率が改善してしまって、年金と

いいますか、生存保険のほうで非常に問題になっていました。そこでアクチュアリーの方々が新たなモデルを作って、医学の進歩で説明できるということになったのですけれども、同時にわかることは、死亡率の変化の確率過程モデルを作るということは医学進歩を予言するようなものであって、無理があるだろうと。ですから、そこはしかたがないといいますか、そのようなことも起きるのだということだけ肝に銘じてやっていくしかなくて、量的なモデルを作ることは難しいわけです。

例えば融資などのことを考えてみますと、広い意味でですけれども、デフォルト率というものが分かっていれば、リスクには対応可能ですね。デフォルト率の変化というのは、マクロ経済状況の変化になっていくわけなので、マクロ経済がどのように変わってきたというパラメーターに対する時系列モデルのようなものを作るということになると、とんでもない複雑なことになります。

問題なのはファイナンスというリスクで、皆さん方は存じだと思うのですが、ファイナンスのモデルというのは基本的にパラメーターを含んでいるわけですが、それは統計モデルではないのですね。ただ単に市場の価格を説明するために、パラメーターを入れているだけです。その市場の中から決まるパラメーターの値を「インプライド・パラメーター」と私は呼んでいるのですが、いわゆるインプライド・ボラティリティーなど、いろいろなものがある。ところが、それは変化します。実際に計算すると毎日変化しているわけですから、市場の人はみんな変化することを知っているわけです。そうすると、そもそも最初のモデルがおかしいのではないかということになるはずなのですが、そうはならなくて、しかたがないと諦めます。また、インプライド・パラメーターというのは、動いていくという不思議な発想に立っています。そうすると、インプライド・パラメーターの変化の分布を実は問題にしてリスクを計っていたというのが、私の知っている範囲でのリスクの計算法なのですが、インプライド・パラメーターの変化の分布とは何なのでしょう。それが恐ろしいことに、経済状況の変化により一変してしまう。

ですから、今回のリーマンショックで全くリスクの計量化が役に立たなかった最大の理由は、この辺のパラメーターの変化の分布を見ていたわけですけれども、分布はどのように計算したかというと、過去４年間のファイナンスデータから決めていたのですね。例えば過去４年間バブルが続いていたとすると、とんでもないパラメーターの下で確率を考えていました。そうすると、それは、非常に脆弱な仮定ですね。そのような分布は一瞬にして崩壊するのではないかということを考えると、その崩壊のリスクは全く見えないわけです。実際問題、全て機械化されてしまってますから、全く見えなくて、何となくリスクに対応しているように思っていただけなのです。

リスク管理

リーマンショック

東日本大震災

「リスク」の定義

不確実性が原因で起きる損失

リスクにどう備えるか

リスクの計量化

リスクに備える費用と効果を比較する必要性

「リスクの計量化」は適切に行えるのか？

確率・統計とは何か

ですから、結局リスク管理で、自然災害のリスクの話は今日はまったく触れませんが、リーマンショックと東日本大震災が、われわれにとっては非常に大きな二つのショックと言うべきものだったと思います。リスクの定義というのは、先ほど申し上げましたように、不確実性が原因で起こっている損失だと考えれば、リスクにどのように備えるか。リスクの計量化というやり方が一つのやり方です。何らかの意味で、リスクの計量化は常になされていきます。それは、どうしてもリスクに備える費用と効果を比較する必要があるからです。そのリスクの計量化を適切に行えるかということについては、結局のところ、われわれが見ているデータを、安易に確率統計の手法で処理していいのかという問題に立ち返ってきます。

ここからは、皆さんから、「あの人は年取ったんじゃないか。だんだん訳分からないことをいうようになった」と思われてしまうかもしれませんけれども、私自身はこのことを１年ぐらい前から考えていて、いにしえの人は確率とは何か、統計とは何かという問題をどう考えていたのか、そこから立ち返って眺め直してみようと思い始めました。すると結構大変なことになってしまいまして、そもそも昔の人が言っている意味がよく分からないということがでてきた。

人々は、その都会の煮えたぎるようにせわしない生活の延長上に、めいめいが、平穏で、よりゆたかな「明日」を思い描いていた。——「明日」もまた、「今日」とまったくかわらないものと、頭から信じこんで、誰もうたがいもしなかったのだ。
だが、その巨大な都会の上に、そして地球上の全人類にとって、今や、誰も想像したこともない、「見知らぬ明日」が訪れつつあった。

小松左京「見知らぬ明日」1968 年

まだ現在のデータの方向からは、それが真の重大問題に発展する可能性は、たかだか一パーセントか二パーセントだった。
「だが、はっきりいうけど、**現実において**一パーセントの確率といえば、ずいぶん大きな確率といわねばならん」と中田はきっぱりといった。

中田は　（中略）　「ウィナー過程」や「マルコフ過程」にならんで、一部では「ナカタ過程」の尊称で呼ばれてさえいた。

小松左京「日本沈没」1973 年

映画では二谷英明が演じた

ここは少し話が飛びますが、私自身は小さいときから小松左京という人が大好きで、小松左京の本というのは中学・高校ぐらいでよく読んでいたような記憶があります。今回、この「見知らぬ明日」という言葉がキーワードだと思って、『見知らぬ明日』という昔読んだ本を探しても見つからなくて、アマゾンで見たら中古本が売られていたので、再び買いました。そこからの引用です。自分が記憶していたフレーズが、ほとんど小説の最後に出てくるのですけれども、「明日もまた今日と全く変わらないものと頭から信じ込んで、誰もが疑いもしなかったのだ」という言葉が出てきます。「だが、その巨大な都会の上に、そして地球上の全人類にとって、今や誰も想像したことのない見知らぬ明日が訪れつつあった」ということです。ただし、ここで言う「想像もしない見知らぬ明日」というのは、宇宙人が攻めてきて富士山に基地を作ってしまって、当時はソ連ですが、米ソが核攻撃を決意して、東京の人間に対して「すぐに退避しろ」という命令が出て、慌てふためいて逃げていく、それが小説の最後です。ただ、ここの文章だけ読むと、いかにも「うん、そうだな」と、非常に近いことが起こったではないかと思うわけですね。

小松左京さんという人は、このテーマを何度も何度も繰り返していて、2 番めに出てきたのが『日本沈没』。そのあとに『首都消失』ですか、あまり売れなかったのですが。『日本沈没』はわれわれの世界でも実は有名で、不思議な記述があるのですね。ただ、今日のことに関係するのは、訳の分からない小松左京の小説の言葉です。まず現在のデータの方向からは、それが真の重大な問題に発展する可能性はたかだか 1%か 2%だと。そこで次のように言う。「『だが、はっきりいうけど、現実において 1%の確率といえば、ずいぶん大きな確率と言わねばならん』と中田はきっぱりと言った」と。ここが私にとっては意味不明なのですけれども、私の解釈としては、ここで「1%の確率」という 1%というのはどのようなことなのか。要するに、可能性が本当に 1%、100 回のうち 1 回というようなことなのかということはわからないということなのかと思います。

ここに出てくる中田という方は、そのあとに次のような記述があります。「中田は、「ウィーナー過程」や「マルコフ過程」に並んで、一部では「ナカタ過程」という尊称で呼ばれてさえいた」。ですから、これは伊藤先生がモデルです。伊藤先生がこのように言ったとは思わないのですが、小松左京は、伊藤先生のことをどうもご存じだったようですね。ですから、中田という人を当てて、非常に不思議な、位相的確率論を創出したなど、いろいろなことを書いていて、これは長いところのごく一部なので、見つけるのは大変ですが、そう書かれています。そうしたら、今回、大震災のあとで急に「日本沈没」の映画がケーブルテレビなどで放映されていて、私はそれも同じだろうと思ってよく見たら、中田という人は二谷英明が演じていたのですが、全然似ても似つかぬといいますか、確率のカの字も出てこない、全然違うキャラクターとして演じられて、伊藤先生のような話が出るかと思ったら出ていなくて、残念な思いをしました。

ですから、この『見知らぬ明日』というような感じで、小松左京は再三再四このようなことを常に言っていたのですね。要するに、明日もまた今日と全く変わらないだろうと頭から信じ込んでいるということは大丈夫なのかといつも言っていて、まさにそのようなことを考えていたわけです。しかし、どうすればいいのかということですね。

確率とは何か

思考実験

太郎君がこう言った。
今ここにある箱に同じ大きさの白玉と赤玉をいれてある。それぞれ何個入れたかは数は教えられないが、どちらも少なくとも１個は入れた。これから、よくかき混ぜて玉を１個取り出すよ。

Ｑ１．　赤玉である確率はいくらか？

Ｑ２．玉を取り出す前に、太郎君がこう言ったとする。

僕が取り出した玉が赤玉だったら１万円あげるが、白玉だったら千円もらうという賭けをしよう。

この賭に乗りますか？

赤玉である確率はいくらか？

相当時間を使ってしまったので、ここからバーッといきますけれども、思考実験をやります。それはなぜかというと、後で分かってきますが、このような問題を考えてください。太郎君という人がいます。今、ここにある箱に、同じ大きさの白い玉と赤い玉が入れてあります。それぞれ何個入れたかは、数は数えられません。太郎君は知っているかもしれないけれども、我々には数は分かりません。しかし、どちらも、少なくとも１個は入れてあります。これからよくかき混ぜて、玉を１個取り出します。このような状況下で、取り出した玉が赤玉である確率は幾らかという問題です。これを見て、２分の１だと思うかたはどれぐらいいますか。あまり深く考えなくていいです。直感として２分の１だと思うかた。かなりおられますね。別に誰か

引っかけようということではないので、考えすぎずに、直感ですね。

ここで、では、玉を取り出す前に突然太郎君が、僕が取り出した玉が赤玉だったら１万円あげるが、白玉だったら1,000 円もらうという賭けをしましょうと言ったとします。皆さん、いかがですか。この賭けに乗るという人はいますか。いないでしょうね。ではこの時１番の問題である赤玉である確率は幾らかというのは、分かりますか。多分、これは非常に難しい問題です。なぜこのような変な問題をここで述べたかは、後で述べます。というのは、私自身、文献を読んでいて分からないことがたくさんあって、この問題と絡んでいると私は信じているので、後でお話しします。

確率とは何か

確率および統計：丸山儀四郎　共立出版　1956 年

原因と結果の結びつきにわれわれはいつも大きな関心を持っている。身のまわりの現象は多くの場合複雑な外見をしている。
（中略）
この意味で一定の条件からどんな結果が生れるを具体的に指定できる場合と不可能な場合がある。後者については昔から偶然という概念を導入して前者の決定的な因果関係と対立させてきた。漠然と「偶然」というときはその意味は多面的であり明瞭でない。確率という概念は偶然性に関する考察から生まれたものである。しかしその場合我々の対象となる偶然性の性格を明瞭にしなくてはならない。それは同時に偶然という言葉の持つ広範囲な意味を限定することでもある。
（中略）
上に述べた意味で考察の対象となるものは一定条件で何回でも実験できるか、又は少なくとも実験できると考えられる事柄である。

少しゆっくりしゃべりすぎたかもしれませんが、確率とは何かということについて、まず昔の偉い人は何を言っているかということを調べてみますと、今日はこの話に終始すると思いますが、私の先生でもあった丸山儀四郎さんという方は、大学生向けの『確率および統計』という教科書を書かれています。1956 年のものですけれども、私はパラパラと見たことがあって、「確かに何か書いてあったな」ということで今回はっきりと調べたのですね。これは私は大学時代に購入して、きちんと今まで保存していたもので、古本屋に頼る必要はなかったのですけれども、そこではこのようなことを言っています。

偶然ということと決定的な因果関係という、二通り世の中にはあるのだと。「確率という概念は、偶然性に関する考察から生まれたものである。」そして、ここからが面白いのですね。「しかし、その場合、われわれの対象となる偶然性の性格を明瞭にしなくてはならない。それは同時に、偶然という言葉の持つ広範囲な意味を限定することである」と。少し話が飛んだので分かりにくいかもしれませんが、要するに偶然性の事象に対して、確率という概念を必ずしも適用できないということをある意味で言っています。すなわち確率を適用できるということは、偶然性の性格を明言しなくてはいけません。偶然という広範囲の意味を限定することだということは、つまり偶然の現象に対して、必ずしも確率という概念が対応しているわけではない

というようなことを言っています。では、確率は何に対して適用できるのかというのは、その下に書かれているのですが、「考察の対象となるものが一定条件で何回でも実験できるか、または少なくとも実験できると考えられる事柄である」ということを言っています。すなわち、このようなものにしか確率は適用できないと丸山さんは明確に述べているわけですね。

> 現代の方法（Kolmogorov の方法）は、事象に対して確率を指定やるという立場に立っている。この方法は確率を経験から切り離したもので、いわゆる公理主義の立場に立つものである。
> （中略）
> 経験から生まれた概念は数学の対象となってもなかなか経験から離れることは困難である。
> （中略）
> 概念にもり込みたい経験的事実はともかくとして一応経験との間に明確な線をひけというのが公理主義の立場であって Hilbert が確立した思想である。後に述べるように Kolmogorov の定義は公理主義の立場に立つものであって、そこでは事象に対して確率はわれわれが指定してやるものである。
>
> 確率を一応経験から解放したからといっても現象面との関連を不問にするものではない。公理系は経験的な事実を統一的法則でいかに説明するかということを重要な目的としている。確率の定義をめぐって過去にいろいろな批判や試みがなされた。経験主義の立場に立っての確率の定義は理論を深めることにも成功せずまた統計的な現象を統一ある法則のもとに説明することにも成功しなかったことは注目すべき事柄である。
>
> 確率の定義に先立って、まず事象というものの性格に限定を設けなければならない。この点に戻って考えれば、現在の方法が最終的なものではない。この方面の研究は現在も行われている。

どんどん話を進めますが、コルモゴルフの確率とは何ぞやというようなことが書かれていますが、これは今日の話とは少しずれますので、飛ばさせてもらいます。

確率論：伊藤清　岩波書店　1953 年

確率論の問題は極めて多岐に亘っていて、問題の種類に応じてそれぞれ直観的に認められる原理を立て、それから演繹的に推論するという状態がずっと続いて来たし、又現在でも尚この傾向は多分に残っている。しかし、このような状態では確率論はいくつかの分科の集合にすぎないといわざるを得ない。確率論がまとまった体系と見なされる為には、問題の種類別に立てた原理の更に基礎となる根本原理ともいうべきものを打ち立て、これから確率全般の問題を解明する必要がある。

このような原理は A.Kolmogorov の名著 Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechung（1933, Ergeb. d Math. Berlin）において始めて与えられた。

では、伊藤先生は何を言っているのか調べたら、あまり何も言っていません。申し訳ありません。伊藤先生は、要するに「コルモゴルフの理論は素晴らしい」ということしか言っていなくて、先ほど言ったように、いつ確率が適用できるかなど、そのようなことはあまり述べておられないわけですね。

確率とは何か

確率論：確率の解析的理論 / P. S. Laplace 著 ;
伊藤清, 樋口順四郎訳・解説（現代数学の系譜 12）

すべての事象は、よしんばごく小さなもので自然界の大法則とは何のかかわりもないもののようにみえるとしても、天体の運行と同じ必然さでこの法則に従って起こっている。与えられた時点において物質を動かしているすべての力と、その分子の位置や速度を知っている英知が、なおまたこれらの資料を解析するだけの広大な力を持つならば、同じ式の中に宇宙の最も大きな天体の運動も、又最も軽い原子の運動も包み込むであろう。このような英知にとっては、不規則なものは何一つなく、空気や水蒸気のたった一つの分子のが描く曲線も、太陽の軌道がわれわれにとってそうであると同じように、確実に規制されてみえるであろう。しかしこの大きな問題を解くために必要な資料の厖大さについてはわれわれは無知であり、その無力さ故に、極めて限られた数であるにも拘わらず、既知の資料の大部分は計算にかけることが不可能である。そしてわれわれにとっては何の秩序なしに継起するかにみえる現象を、その作用を偶然という語で言い表す不特定で隠された原因のせいにしてしまう。偶然という語は実のところわれわれの無知の表現にほかならない。

確率は一部分はこの無知に、また一部分はわれわれの知識に関連している。（後略）

「確率論の解析的理論」の初版ではナポレオンへの献辞が載っていたが再販の時はナポレオンがエルバ島に流されていたためか、献辞が載っていない。ド・モルガンはこれをラプラスの忘恩と臆病の表れと非難したと言われている。

次に、これは有名なラプラスの本ですが、訳から取り出しました。皆さんもよくご存じだと思いますが、ラプラスは『確率の解析的理論』という本を書いたのですが、書いてあることは、完全に私は矛盾している

と思っております。なぜかというと、有名なことなのですが、ここで読んだほうが早いかもしれません。「与えられた時点において物質を動かしている全ての力とその分子の位置や速度を知っている英知が、なおまたこれらの資料を解析するだけの広大な力を持つならば、同じ意識の中に、宇宙の最も大きな天体の運動も、また最も軽い原子の運動も包み込むであろう」と。すなわち、何かそのようなとんでもない英知があれば、その英知は未来を完全に予測するということです。ですから、このような英知にとっては、偶然となるものは何一つないとまず述べているのです。

これはどうしてかご存じのかたがあったら教えてほしいのですが、大体「英知」と書かれていて、いつの間にかこれがラプラスの悪魔に変わってしまったようです。では、確率というのはなぜ表れるのかというと、「この大きな問題を解くために必要な資料の膨大さについてはわれわれは無知であり、その無力さゆえに、極めて限られた数であるにもかかわらず、既知の資料の大部分は計算にかけることが不可能である」。要するに、このような英知と人間とは比べものにならなくて、情報も位置や速度を知っているわけでもなければ、たとえ知っていても、その方程式を解くことはできない。すなわち偶然ということは、実のところわれわれの無知の表現にほかならないと言っています。ですから、確率の一部分はこの無知、また、一部分はわれわれの知識に関連しているということを言っているわけですが、はっきり言って本当の意味で確率などないと。ラプラスの英知にとって、確率論という概念は一つもない。それは、あくまで無知なわれわれが、確率という言葉によって偶然性を表現するにすぎないというようなことを言っているわけです。

ところが、不思議なことにこのあとラプラスは、確率をどのように計算するかを延々と展開しているわけです。しかし、それは無知さによるわけだから、確率をどのように決めるかなどということはできないはずだと思うわけなのですけれども、その辺は、実はヨーロッパの人たちみんなに共通した何かがあるのですね。それが、先ほどの質問との関係です。ですから、私自身は、ラプラスという人は大変な天才だと思うけれども、同時にかなりいいかげんな人だと思うわけですが、この本を読んでいたら、解説に次のような記述を見て「なるほど」と思いました。『確率の解析的理論』の初版ではナポレオンによる献辞が載っていたが、再版のときは、ナポレオンがエルバ島に流されていたためか、献辞が載っていません。ド・モルガンは、これをラプラスの忘恩と臆病の表れと非難したと言われているということで、さもありなんと思いますけれども、実際にラプラスは、ナポレオンに引き上げられたので、後々痛い目を見たようです。

確率論の基礎概念： A.N.Kolmogorov 著、根本伸司,一條洋訳
東京図書

はしがき
（前略）
確率論を基礎づけるためには、測度論と積分論を、ルベーグの場合にはなお著しい幾何学的要素から解放しなくてはならなかった。この解法は、フレシェによってなし遂げられた。
これらの一般的観点に基づいて確率論を構成することは、関係ある数学者の間では、すこし前から一般に知られていたことであった。しかし、不必要な混乱もなしに、全体系を完全に叙述したものはまだ現れていない(もっともフレシェの著書[2]が現在準備中であるが)
なお、私は、ここで専門家の間によく知られた上述の思想の範囲外にあって、この本に含まれているいくつかの点を指摘しておきたい。それは次の通りである。すなわち、無限次元空間における確率分布（第３章４節）、期待値のパラメーターについての微分・積分（第４章５節）、特に条件付き確率と条件付き期待値の理論（第５章）。この場合、これらの新しい問題は、ある種のまったく具体的な物理学上の問題から必然的に生じたことを強調しておきたい。
（後略）

それから、コルモゴロフの『確率論の基礎概念』。この本は、有名な確率論の基礎を作り上げた人が非常にはっきり書いた本なわけですが、その中で、実は不思議なことが書かれています。

第１章　初等確率論
第１章２節　経験的な事実との関連
（脚注に著者は R.V.Mises Wahrscheinlichkeitsrechnung, 1931 によることが大と書かれているが、この節に書かれていることは問題がある）
第１章５節　独立性
(前略)
歴史的には、試行や確率変数の独立性そのものが確率論を特徴づける数学的概念であるといえる。現に、ラプラス、ポアソン、チェビチェフ、マルコフ、リャプノフ、ミーゼス、ベルンシュタインの古典的な研究は、独立な確率変数列についての基礎的な研究に寄与している。最近の論文（マルコフ、ベルンシュタイン等）は、しばしば、完全な独立性を仮定することに失敗している。
（中略）
その結果、自然科学の哲学における最も重要な問題の一つ ー 確率それ自身の概念の本質を見きわめるという周知の問題に加え ー は任意に与えられた現実の現象を、独立な現象として考えることができる前提をはっきりさせることである。しかしこの問題は、この本の範囲を超えている。
（後略）
第２章　無限確率空間
（ここで連続性の公理：確率の可算加法性が加えられる）
したがって、新しい公理は、（中略）経験的な意味を説明することは、事実上不可能である。というのは、すべての観測される確率過程を記述することにより得られるのは、有限な確率空間だけである。無限確率空間は、実際の確率過程の観念的なモデルとしてしか考えられない。ここでは、かってに、連続性の公理Ⅵを満たすモデルだけに限る。この制限は、より多様な研究をするのに好都合である。

きちんとごらんになった方はいないと思うのですが、ずっと数学的な話を延々とやっているかと思うと、ある節だけ、第１章の２節に「経験的な現実世界との関連」という言葉があって、1〜2 ページ変なことが書かれています。私には理解不能なことがたくさん書かれています。脚注には、「フォン・ミーゼスの確率

論によるところが大」と。ですから、コルモゴロフ自身は、このような経験との関係、丸山さん自身が問題にしたような確率論を、ここでは全く数学として作っているにもかかわらず、それと現実にどのように関係があるかを少し気にしていた。気にはしていたけれども、同時に脚注に書かれているのは何かというと、「この節は読む必要がない」と。後の議論とは何の関係もないと書かれているのですね。コルモゴロフ自身はどのように物を考えていたのか、コルモゴロフもその後は数学としての確率論と少し離れたこともやっているので、やはりここは気になったのだろうと思います。

確率統計の歴史Ｉ　（１７世紀～１９世紀初等）
統計（Statistics）
ドイツ大学派統計学：ドイツ（プロイセン等）
政治算術：イギリス
確率：フランス

１．ドイツ大学派統計学
Corning（1606-81）, Schneitzel（1679-1747）, Achenwall（1719-72）

Lüder（1760-1819）　ドイツ統計学に科学的根拠なしと断定
ドイツ大学派統計学の主流は数字による記述を軽蔑していた

２．政治算術
Graunt（1620-74）「観察論」
Petty（1623-87） Halley（1656-1742）

Süssmilch（1707-67）プロシアの神学者：「神の秩序」
「小さな社会や村落についても規則性は仲々認識しがたい。しかるに個々の場合を多数に集め且つ多くの年にわたり、しかも全国に観察すると、隠れたる秩序すなわち規則性が光明に持来される」

観察数を多くすればするほど真の法則に近づく
大数を観察したときのみ秩序を知ることができる
『大数の法則』
そこに神の存在の証を見る

統計の話もあるのですが、今日は詳細に述べることは抜きにしまして、少し歴史にだけ触れます。基本的に皆さんもよくご存じだと思うのですが、これは非常に粗い分類ですけれども、統計学というのはドイツ大学派統計学と政治算術というものがあって、そして確率論とあります。ある人は非常に大ざっぱな分類をして、ドイツ大学派統計学はドイツでやられて、政治算術はイギリスでやられて、確率はフランスでやられたと言うのですが、確かに登場人物のかなりは、この分類に従っています。ドイツ大学派統計学については今日は触れませんが、政治算術学派は、皆さんご存じのようにグラントが始めたといいますか、観察論というのが最初で、ここで初めて男女出生比率が 13 対 12 というようなことが述べられているのですね。皆さんがご存じなのはハレーで、ハレーが生命表を作ったという話は有名です。

そこで、この人は実はプロシアの神学者なのですが、ズュースミルヒという人が、早い話が観察を多くするほど真の法則に近づく。全体を観察するときのみ秩序を知ることができるというようなことを書いていて、それを「大数の法則」と今日では呼ぶわけですけれども、ただ、彼の結論は、そこに神の存在の証を見るというようなことを言っています。すなわちこの時代の人たちは、なぜ男女出生率が 13 対 12 なのかということについては、それは神のおぼしめしであると。本のタイトル自体が『神の秩序』というわけですけれども、神はわれわれに手の内を見せていないけれども、実はひそかに計画的に男性・女性の数を決定している。わ

れわれは、それを統計を使って垣間見ることができると。これは北川敏男さんが論理的にギャップがありすぎないかと批判されているわけですけれども、これは神の存在の証明にはならないと主張しています。

３．確率（Probability）
貴族のギャンブルに対する考察から始まる。
Cardano（1501-1576）、Galilei（1564-1642）、Pascal（1623-62）-Fermat（1601-65）
大数の法則　Bernoulli（Jacob）（1654-1705）、Poisson（1781-1840）
De Moivre（1667-1754）中心極限定理のめばえ
誤差論
Laplace（1749-1827）　連続な分布、正規分布
Gauss（1777-1855）正規分布

Bayes（1706-1761）原因の確率

統計万能の時代（1830-1849）

官庁統計、統計協会の設立、国勢調査の進歩、国際的協力

Quetelet（1796-1874）
統計学の大数の法則等の根拠を確率論に求め、
ありとあらゆるものを統計学の対象とした
社会物理学、道徳統計論（犯罪に関する統計）人体測定学：平均人
統計学の基礎を確率においた
人間の行動や社会の変化を含めすべてのことを自然法則から説明できると考えた
（力学的自然観、機械観的な唯物論思想）

一方において、確率論については非常にギャンブルとの関係があって、特に大数の法則というのはベルヌーイが発見しています。これは確率における大数の法則になるのですが、ご存じのようにケトレーという人は、統計学の大数の法則の根拠を確率論に求めました。この人は、超人だったのですけれども、めちゃくちゃな人で、道徳統計論などいろいろなことをやって、何もかも統計学で説明しようとしたのですけれども、それに対してはエンゲルの批判。これは、エンゲル係数のエンゲルです。この批判はなかなか面白いのですね。

Engel（1821-96）
Quetelet への追悼講演
「人間共同体を動かす自然法則を発見したいという願望が彼を完全に虜にした。その際、彼はいわゆる科学的法則と政治法則との内的相違をほとんど考えることなく、大国家における政治的法則が必然的な事情の結果であるということ、この事情が個々の国において決して同じではなく、極めて異なっていること、そして、それがある系列の社会事象に強く影響し、他の系列のものを完全に支配するということを度外視した。同時に彼は自然法則が不可変で人力の如何ともなし得ないものであるのに、政治的法則は・・・・・党派間の闘争の結果であり、如何なる党派が勝利を占めるかに従って道徳的事実又はそれを計算するための基準そのものが改訂されるということを考慮に容れなかったのである。」

Lexis（1837-1914）：分散理論
安定度（分散度）は確率論により求められる偶然変動系列と比較すべきである。
統計的系列の分散がもしこれと一致する場合はまったく偶然的な変化と考えられる（正常分散または正常安定）。これを超える場合（過大分散または過大安定）やこれに達しない場合（過小分散または過小安定）には何らかのその系列の分散を阻止する要因がある。

Lexis によれば正常分散のものは出生数の男女性比、人間のある一定の年齢期における死亡数くらいで、人口及び道徳的統計量の多くのものは過大分散である

なぜならば、ケトレーを非常に尊敬していたのだけれども、やはり行きすぎだとエンゲルは感じていたようで、これは追悼講演での批判なのですが、「自然法則は不可変で人力のいかんともなしえないものであるのに対し、政治的法則は」というようなことが書かれています。とにかく、計算の基準そのものが改定されるということを考慮に入れなければならない。すなわち、自然科学にこのような統計理論を適用するのはいいけれども、例えば道徳統計などと言いだしたときに、「人間とはこういうものだ」というようなことを言い始めると、それは少しおかしくはないかと。その後、レキシスという人が非常に数学的にそれを解析しているのですが、これは時間がないので飛ばします。

確率とは何か

「合意可能な確率」
歴史的に見て、ヨーロッパでは「ある事象の確率」について教養人の多数が合意できる値が存在すると考えていたようである。

先験的確率（数学的確率とも呼ばれるが、現代から見れば不適当）
Laplace（1749-1827）
Keynes（1883-1946） 確率の論理的定義　もこの系譜
　例えば幾何学的確率といったものを考えると深刻な問題が生ずる
　Bertrand の問題「与えられた円に一つの弦を無心に引く時、その弦の長さが内接する正３角形の一辺より大きくなる確率を求めよ」

統計的確率、経験的確率、確率頻度説
Poisson（1781-1840）,
Cournot（1801-77）,
Venn（1834-1923） Logic of chance, 1866
Richard von Mises（1883-1953）

Poisson（1781-1840）：「犯罪事象判断の確率についての研究」 1837
この本の中で、確率が同じでない独立な事象の起こる相対頻度が平均確率に確率収束することを示している。「合理的確率」は経験から帰納的に求めることが出来ると考えたようである。この本の第５章以後で「裁判における証人の証言が信頼できる確率」といったことが論じられているようである。

私自身は、確率とは何かといろいろな人が書いているものを読んだけれども、よく分かりません。よく分からないのだけれども、このように思い至ったのです。それは、「合意可能な確率」という概念がどうも存在するのではないかという、これは私の意見です。すなわち歴史的に見て、ヨーロッパではある実際の確率について、教養人の多数が合意できる値が存在すると考えていたように見えます。ケインズやライプニッツなど、とにかく向こうの人たちは確率というものが結構好きで、確率について論じているのだけれども、どこかにこのような考え方の人たちが非常に多くいます。

確率という概念を区別していくと、まず「先験的確率」というように呼ぶべきものがあります。数学的確率とも呼ばれますがこの言葉の根拠というのはどうもラプラスが理論を展開したからのようで、数学的確率というのは私は少しも数学的ではないと思うから、先験的確率と呼ぶのが良いと思いますが、例えばラプラスの考え方。われわれは、確率というときには、現在では割と経験から確率が生まれるという考え方が非常に強いわけですけれども、そうではなくて、確率が思考だけで見いだすことが可能だというような考え方があって、ラプラスは一つの古典的な理論を作ったわけですが、特にケインズがそのようなことを強く主張しているように見えます。

一方において統計的確率という言葉の中には、頻度のようなものから表れてくる確率を頭に入れています。その代表として、後で触れますけれども、ポアソンやカルノーですね。それから、ベン。これはベン図のベンですね。そして、フォン・ミーゼスという人たちです。歴史の本、統計学者などの本を読むと、荒っぽく「この人たちはみんな統計的確率を論じている」というのだけれども、今回フォン・ミーゼスの本を読むと、フォン・ミーゼスは非常にポアソンをけなしています。なぜかというのは私も分からなかったのだけれども、ポアソンのほうは読むことはできなかったので、フォン・ミーゼスの解説しか分からないのですが、ポアソンという人は確率論の本を書いているのですが、そのタイトルは『犯罪実証の判断の確率についての記録』

という本なのですね。実はこの本でポアソンは、りっぱな数学をやっています。すなわち、ベルヌーイが大数の法則を証明したときは、ほとんど同分布の場合をやっているのですね。それに対してポアソンは、同分布でなくても、独立な事象の存在頻度というのは、今日で言う確率収束することを示しています。

合理的確率ということをポアソンが書いていますが、フォン・ミーゼスによると、この本は第 4 章までそのような数学的な考えを連ねていて、突如第 5 章から、裁判における証人の証言が信頼できる確率をどのように計るかということを言い始めるのです。

Richard von Mises（1883-1953） 確率、統計及び真理 1928
流体力学、空気力学、航空力学、熱力学の研究も行っている

我々の確率論は、「ドイツがリベリアとの戦いに関与する可能性はどのくらいか」といった疑問とは何の関係もない。

（Laplace が「蓋然性の哲学的考察」で扱った道徳科学や Poisson の犯罪事象判断などは対象ではない。対象となるとなるのは、保険、運任せのゲーム、分子運動論などである。）

確率論の基礎となり得るものは合理的な概念であり、この概念を適用できるものは同じ事象が何度も何度も繰り返し起きるような問題や一度に同じようなことが非常に多数発生するような問題である。物理学の言葉を使うならば、確率論を用いるためには、実際的に限りない同様な観測の列が得られることが絶対に必要である。

統計的確率（確率頻度説）に対する批判（代表は Keynes ）
多くの場合、確率の概念の応用は１度切りの事象に対して行われる

Frank H. Knight（1885-1972）
Risk, Uncertainty and Profit, 1948 危険、不確実性及び利潤
確率・不確実性は以下のように分類される
１．先験的確率
２．統計的確率
３．推定
Knight は１，２には「合意可能」だが３は「合意可能」ではないと考えた。事業の成功する可能性は推定で３に属する

フォン・ミーゼスはボロクソにそれをけなすわけですけれども、フォン・ミーゼスの考え方というのは非常に重要な考え方です。フォン・ミーゼスというのは、私が調べたらお兄さんは経済学者です。確率論の研究をされた傍ら流体力学の専門家で、非常に流体力学では有名な研究をされております。彼の本では、私の下手な訳ですが、「われわれの確率論は、ドイツがリベリアとの戦いに関与する可能性はどのくらいかといった疑問とは何の関係もない」と述べているわけです。ですから、ケトレーの道徳科学やポアソンの犯罪事象判断はだめであると。適用できるのは何かというと、下に書かれているように、同じ事象が何度も繰り返し起きるような問題や、一度に同じようなことが非常に多数発生するような問題です。この中で考えているのは、博打や、実はこのときには分子運動論ですね。統計力学のようなものを頭に描いたわけです。そして、一度に同じようなことが非常に多数発生するような問題として、彼は保険を念頭に置いていたのです。

よく読んでみると、ここが残念なことをしたなと今になって悔やむのですが、丸山さんは前者は確率になると言ったけれども、後者が確率になるとは言っていないのですね。すなわち丸山さんは、生命保険も確率の外にあると思っていた節が、ないではありません。本当はどのように思っていたのか聞いてみたいのですけれども、今となっては遅い。

フォン・ミーゼスの考え方に対する強烈なケインズの批判というのは、一言で尽きます。すなわち多くの

場合、確率の概念の応用は、一度きりの事象に対して行われる。例えば宇宙人が攻めてくる確率というのは、何回も宇宙人が攻めてくることは考えていないのであって、例えば想定外のリスクを考えるときは、それが何回も起こるとは思っていないわけです。実際われわれが確率を適用するのはどのような場合かをケインズは言っているわけですけれども、この辺は、ケインズはやはり経済学のようなものを念頭に置いていて、フォン・ミーゼスは物理学を念頭に置いているので、意見は食い違うわけですね。

それから、ナイトについて言えば、ナイトは、1.先験的確率、2.統計的確率、3.推定という三つがあるという言い方をしています。私が理解した限りでは、ナイトは合意可能な確率として 1 と 2 を認めているけれども、3 は合意可能ではないと理解しているというように思えます。確率という言葉は使い方が非常に複雑なので断定は出来ませんが、ケインズなどを見ていると、そのような印象を受けます。時間がないので、統計学うんぬんの話は飛ばしていきます。

Bayes（1706-1761）
原因の確率：ベイズの定理

ベイズの定理に基礎を置く統計学：ベイズ統計学

先見確率、経験確率とも異なる主観確率を認める必要がある
Fisher らは激しく非難した

Wald（1902-1950）
逐次検定法：品質管理
統計的決定関数の理論
統計学を自然とのゲームとして捉え、ゲームの理論の考え方を導入
定理：ある設定の下では、許容的な決定は、すべてベイズ的決定となる

Savage（1917-1971）
個人の合理的選択の背景には主観確率が存在することを「証明」
ネオベイジアン統計学

主観確率を前面に押し出す
人間の判断において「客観的」なものがあるのか

ただ、統計学の歴史の中でも知れ渡った話として、ベイズという人が、「原因の確率」というような題で述べたベイズの定理ですね。歴史的には、ベイズの定理というのはあったのか、なかったのかというようなことですが、アイデアは明らかにベイズが出したものだといわれています。ただし、ベイズという人は、主観確率というものを認めていたかどうかはかなり怪しいのですね。はっきりしていません。そして、ワルドという人が出てきて、実はその間にもすでにイギリスでは主観確率ということを明快に言っていたのだけれども、最後にサヴェッジという人は、個人の合理的選択の背景には主観確率が存在すると証明しました。証明とは何ぞやという問題はありますが、これはネオベイジアン統計学という分野の出発点となります。サヴェッジの非常に大きなポイントは何かというと、主観確率を前面に押し出すということです。しかも、彼の批判の一つは、人間の判断において客観的なものが本当にあるのかということです。これは時間がないので、これ以上は議論いたしません。

「合意可能な確率」（客観確率）

先験的確率
統計的確率
主観確率

思考実験
　太郎君がこう言った。
　今ここにある箱に同じ大きさの白玉と赤玉をいれてある。それぞれ何個入れたかは数は教えられないが、どちらも少なくとも１個は入れた。これから、よくかき混ぜて玉を１個取り出すよ。

Ｑ１．　赤玉である確率はいくらか？
　　確率は 1/2　という合意は形成可能のように見える
　　（赤と白に対称性があるため）

Ｑ２．玉を取り出す前に、太郎君がこう言ったとする。
　僕が取り出した玉が赤玉だったら１万円あげるが、白玉だったら５千円もらうという賭けをしよう。

　この賭に乗りますか？
　　ほとんどの人は賭には乗らないと思われる

　赤玉である確率はいくらか？
　　賭に乗らない理由は確率が 1/2　より非常に小さいと推測するからと思われる。
　　しかし、確率がいくらかについては合意形成は困難

先ほど述べた合意可能な確率という、括弧して客観確率というのはいいかげんですが、先験的確率・統計的確率に対して、今日は主観確率という概念が存在していると理解するということなのですね。ここで合意可能な確率とは何かということについて、先ほどやった思考実験ですけれども、最初に述べた問いに対しては、確率が２分の１ということはかなり合意形成ができそうな感じがします。ところが、ひとたび訳の分からない要素が入ってくると、もはや確率が幾らかということは、多分合意ができなくなります。この実験を問題にしたのは、実はここの部分もあります。というのはどのようなことかというと、赤玉が２分の１という確率、要するに事象のある部分について確率は決定できて、別の部分は決定できないというようなことが起こると、整合性がなくなるかもしれません。そこがコルモゴロフが公理主義ということを確率論に導入した理由ですが、時間がないのでやめましょう。

統計とは何か

確率および統計：丸山儀四郎　共立出版　1956年

銅貨を投げる実験（Bernoulliの実験）を200回行った。そのうち115回が表、残り85回は裏が出た。この銅貨は対称と考えて良いか。
（中略）
表の出た回数ｖと100との差はｖ−100 = 15である。これは一見いちじるしい開きのように見える。そう考えれば非対称という結論に傾くが、ここで15という数を固定して考えることは正しくない。何故ならば同様な実験を同様な条件のもとで何回か行った場合ｖ−100はその都度様々な値になるであろう。ここで行った実験ではそれがたまたま15となったにすぎない。このように15という数はｖ−100の様々な可能性のうちの一つの実現値として考えるべきである。

実は丸山先生の本には、統計についてもいろいろなことが書いてあります。その中で、ここも非常に典型的な部分なのですが、少しだけ申し上げますと、硬貨を投げる実験をしました。200回やったとして、表が115回、裏が85回出ました。硬貨が対称と考えてよいかという問題を提起したとします。そうすると、表が出た回数と100との差は15です。ここでほとんどの人がどのように考えるかなのですけれども、15という数を固定して考えることは正しくないと書かれています。なぜならば、同様な実験を同様な条件の下で何回か行った場合、表が出た回数マイナス100は、そのつどさまざまな値になるであろうと。ここで行った実験では、それがたまたま15となったにすぎません。このように15という数は、さまざまな可能性のうちの一つの実現値として考えるべきだというのが丸山さんの考え方です。

恐らくベイジアンやケインズなどからは、そうではないという主張が出てくると思います。なぜかというと、二度とこのような実験はできないとなると、言っている根拠がおかしいだろうと。ですから、丸山さんは非常に緻密な、正当な統計および確率の考え方の持ち主で、確率という概念を非常に限定していますし、統計というものも非常に限定したところでしか使えないと言っているわけです。ただ、丸山さんの言うことを信じたとしたら、われわれの金融リスクの計量化ができなくなるということもあります。ですから、ここはやはり丸山さんから抜け出ないといけないのだけれども、非常に厳しい批判が、フォン・ミーゼスや丸山さんから出されているということです。

統計學の認識と統計學史の諸問題：北川敏男
農林省統計調査局［編］　1949 年

ところで、統計学とは何であるかに関しまして、統計学は社会科学の一部門として、具体的対象を持ったところの実質科学であるという立場をとるのと、もう一つの考えは、統計学は方法の学問である。ある人によれば、それは論理学の一つの部門であるというふうな見方をしております。それからこういうこともよく問題になります。統計という限り必ず数量がつきものである。しかし、その数量ということ、数であらわすということにかんしてはどういう意味があるかという問題－これは私は数量化の問題と言いますが－ そういう問題もよく多くの教科書、文献において論ぜられておるのであります。

統計学が単にものを集めてみてそれを平均する、あるいは、こみいった計算をするというふうにけっしてお考えならないように願いたい。数量化の前に等質化ということがあることをはっきりと掴んでおかなければならないのです。

数量に対する質的な認識を疎かにして、数学をもてあそぶならば、それは最も大きな過誤の原因となる。

これは北川敏男さんの非常に古い本で、東大の経済部に入っていたので、引き出してきました。いろいろなことが書いてあるのですけれども、最後に、「数量に対する質的な認識をおろそかにして数学をもてあそぶならば、それは最も大きな過誤の原因となる」と書かれていて、ここでやっている議論は、全く間違っているのかもしれません。といいますか、最初に述べたフェルマーの理論で、数学をもてあそんでいるのではないかというようなことになりかねないのですけれども、ここで話を切りたいと思います。

結論？

自然現象と社会現象の違い
データの「定常性」をどう考えるか：「定常性」の適用可能期間
「数学的な問題点」
小さな確率で発生する事象については、その確率を統計的に精度良く推定することはノンパラメトリックな統計モデルではほぼ不可能

基礎理論がはっきりしない社会科学の範疇のリスクについて、
　特に「想定外」の事象についてのリスク管理では
　安易に「確率」の概念を用いるべきではない

　現在の「強化されたリスク管理手法」の問題点
過去４年間程度のデータでは「想定外」の市場リスクは管理不可能
（不況時に障害となるが、バブル期において足かせにならない）

一方で、長い期間のデータは定常性に問題がある
ここから導かれる「確率」を精密な議論には用いるべきではない

参考文献
統計學の認識 ：統計學の基盤と方法 / 北川敏男著　1948 年
小杉肇著「統計学史」恒星社厚生閣 1984 年
訳のかなりは上の２つの文献によっている

何も結論にはなっていないので申し訳ないのですけれども、結局、非常にわれわれが肝に銘じなければいけないのは、自然現象と社会現象は違うのだということを、きちんと考えないといけないということです。それがエンゲルの批判でもあったわけですし、いろいろなところでその批判があります。まずデータの定常性をどのように考えるか。すなわち、自然現象、特に統計物理などでは、定常性は100億年後でも成り立つ。文明の寿命はそこまでいかないかもしれませんが。それに対して社会現象における定常性というのは、非常に淡い、アバウトな想定の上に立っているので、定常性が成り立つのかということは常に考えなければいけない。特に定常性の適用可能期間は、よく考えなければいけない。それから、ここは数学的に大体証明できることなのですが、小さな確率で発生する事象については、その確率を統計的に精度よく追究することは、少なくともノンパラメトリックな統計モデルではほぼ不可能です。そうだとすると、パラメトリックな手法になるけれども、それは非常に統計モデルを限定するわけですから、同時にモデルリスクは大きなものになります。ですから、そのことを、常に両方見合いで考えないといけないのですね。

ここからいえることは、基礎理論がはっきりしていない社会学の範疇のリスクについては、想定外の事象についてのリスク管理は、安易に確率の概念を用いるべきではないということです。ですから、ストレステストなどのようなものは、やはり正しい方法です。すなわち確率で計量するリスクは、要するに見知らぬ明日は想定していません。今日と同じ明日を想定しています。しかし、同時に、今日と違う見知らぬ明日が来ることは、われわれはリスクとして頭に置いておかなくてはなりません。

では、どうするのかというと、そこは何も言えないのですが。残念ながら今日のお話では、このようなことを言って終わってしまうのですが、私自身が非常に感じているのは、例えば今、ボルカーさんがやっている規制、先ほどでも出ましたように、過去4年間程度のデータでは想定外の市場リスクは管理不可能だと。それは、どれほどルールを厳しくしても同じだと私は思います。ですから、異論はたくさんあるかもしれませんが、現在ボルカーさんのやっているボルカー・ルールというのは、「これでもか、これでもか」というぐらい資本を積まなくてはいけないルールを作っています。それで金融機関は四苦八苦しているわけですけれども、それで想定外のリスクを回避できるかというと、私はそうは思いません。なぜならば、今の不況時には足かせになっているけれども、バブルが発生すると、たちまちこのルールも吹き飛んでしまいます。要するに、そのようなときに足かせにならない、不況時に足かせになるようなルールを作っているだけではないか。

別の意見もあります。ある経済学者と話をしたら、「いくらでも規制強化するのがいいんだ」というようなことを個人的にはおっしゃっていましたが、私はそれに対して賛成できません。結局、一番大事なときに役に立たない、苦しいときにより苦しむだけのルールではないかと。長い期間のデータは定常性に問題はあるけれども、想定外のリスクを考えるときには、やはり古くからのデータというのは、一応眺めておく必要があります。ただし、その場合に、ここから導かれた確率を精密な議論に用いるべきではないというのが、私の考えであります。「そんなこと分かっとるわい」というような感じの結論かもしれませんが、このような考えをベースにして本当は何か作りたかったのですけれども、全然思いつきませんでした。ご勘弁下さい。

今日のお話では、一部は私がたどたどしく翻訳した部分もありますけれども、かなりの部分は、まず北川さんですね。『統計学の認識－統計学の基盤と方法』というこの本。それからもう一つは、小杉さんの『統

計学史』という本を参照しました。この『統計学の認識』というのは、ここの東大数理の図書室に入っております。借りて読もうとしたのですが、出てきた本が真っ黄色で、いかにも今にも崩れそうな本で、なぜこうなるまで放っておいたのだろうと思うのですが、少しだけコピーして、ばらばらになるのではないかと思ってすぐに返しました。困ったなと思っていたら、この本を電子化した人がいて、北川敏男さんの息子さんである北川源四郎さんが著作権を放棄して、元々は鹿児島大学の先生が電子化したようですけれども、現在は統数研のホームページから入っていくと、古い文献を電子化したものが読めるような状態になっています。『統計学の認識』も読めるようになっています。この本はある意味でいろいろなことを網羅的に非常に詳しく調べて書かれた本で、歴史の本でもあると思います。ただ、認識には若干異論あるかもしれませんが、そこは別として。今日の訳も、かなりそこから引用しております。以上でございます。

【司会】 楠岡会長、JARIP のテーマに非常にマッチしました示唆に富むご講演、ありがとうございました。時間が 10 分ほどございますので、ここでフロアから質問を受け付けたいと思います。皆様、よろしくお願いします。

【田中】 大変時宜を得た、大変素晴らしい講演だったと思います。日本大学の田中です。このような確率論の哲学的な理論や見方という話ですが、私も最近、名前は忘れましたけれども、『確率の哲学理論』というようなタイトルの本。多分、カール・ポパーの弟子の人（ギリース）が書いた。

【楠岡】 はい。

【田中】 そこに幾つかの確率論の説が書いてあって、いわゆる頻度説と、それから、元々ラプラスから始まったような主観説というものが出てきまして、そのあとは、今日は名前が出なかったのですが、デ・フィネッティという人の確率の主観説。

【楠岡】 デ・フィネッティの発展形がサヴェッジになっていると思います。

【田中】 サヴェッジですね。そのような主観説の系譜があって、彼自身は思考説という名前だったと思うのですが、それを統合して「これでいいよ」というような形の説を唱えています。数学のほうは、恐らくコルモゴロフだけで整理されていて、他のことは知らないということなので、頻度説の一部を取って、丸山先生のような形で整理しているということ。それから、統計学者はベイズの人も最近は力がありまして、今はネイマン・ピアソンではなくてベイズの人もいて、多分それは主観説の流れかなと、その辺がよく分からないので、その辺を教えていただきたいということと、数学においても主観説をサポートするような一派といいますか、数学的な基礎づけのような話がありうるのか、ないのか、そのような話を。

【楠岡】 はい。何ページめですか。飛ばしたものがあるのですが（21 ページのスライド）、丸山さんの本の

中にこのようなことも書かれているのです。数学の考え方は、公理主義の立場に立って、経験との間に明確な線を引けというのが公理主義の立場です。すなわち数学というものと経験というものを切り離すというのが、コルモゴロフの考え方です。もちろん、先ほど述べたように、コルモゴロフ自身は気持ちとして切り離し難かったので、一節意味不明なことが書いてあるのですが、コルモゴロフはやはり気にしているのですね。

ただ、そこで問題は、確率を一応定義したからといっても、現象面との関連性を不問にするものではないと。ですから、ここから問題が起こってくるのです。数学の立場は、確率の公理を満たせば何でもありで、主観だろうが客観だろうが知ったことではないという立場なわけです。それから、経験主義の立場に立っての確率の定義は、理論を深めることに成功していない。これはコルモゴロフにも書かれていることなのですが（24ページ目のスライド）、要するに試行や、独立性などの確率の特徴だけを用いて、ラプラスやいろいろな人が経験の積み上げとして確率を定義しようとしたのですけれども、フォン・ミーゼスもその一人ですが、それは、コルモゴロフも失敗だと言っているし、丸山さんも失敗だと言っている。要するにぐちゃぐちゃになるだけで終わってしまって、少しも理論体系にならないと。それは、伊藤先生もコルモゴロフの理論を絶賛しているのですけれども、その基本的な部分というのは、それまでに出てきた確率論というのはとにかくぐちゃぐちゃで、個々の問題に対して作っているだけだからだめだということです。

問題は、確率論を適用する上で、確率をどのように決めるのか。「確率がこうならば」ということしかコルモゴロフは言っていないので、どのように確率を決めるかということなのですけれども、そこは、はっきり言って主観的確率など様々な概念を持ち出すことはしかたがないといいますか、これはわれわれの判断であって、特に社会現象に確率を適用していこうとすれば、自然現象に対する確率のように誤解しないようにするということが精いっぱいであってもしかたがないと。

それで、少し話がずれているかもしれませんが、統計学でも１点、申し上げませんでしたが、私自身は鈴木雪夫先生の弟子なので、大学時代はベイズでなければ人にあらずというような感じで言われたのです。しかし、弟子の一人である国友さんは、「そうは言ってもな」などと言って、完全に師匠を裏切って非ベイズに走っているのですが、ワルドのような人たちの結果が現れて、それからもう一つは、だんだん確率モデルが複雑になっていくと、ベイズ統計学のほうが簡単なのですね。非常に単純に計算すればいいのに対して、他のアプローチは難しくてできない。そこで苦肉の策で、主観確率を置くのではなくて、これはご存じだと思いますが、ワルトは統計的決定関数というような概念を導入しました。ある決め方に対してもっといい決め方があるという場合は許容的ではないと言って、それを上回るものがないものを許容的と呼ぶ。ワルトが証明した事実というのは、もちろん非常に強い仮定がありますが、許容的なものは必ずベイズ推定なのだと。

すなわち、主観かどうかなどということはここでは忘れることにして、ともかく事前確率というものを一つ設定して、その結果決めるというのがベイズのやり方と理解できますが、必ず許容的な決定に対して、ベイズ的な事前確率でやるのと同じになってしまう。しかも、ベイズのものは必ず許容的だと。そうすると、ベイズでやればいいではないか。間違った許容的でないものを一所懸命やるよりは、事前確率を最初に決めてしまえば、許容的なものに決まってしまうではないかという実利主義的な考え方が出てきて、そして、それまでのノンベイズのやり方が非常に複雑すぎるということから、ある時期から「ベイズ推定」という言葉が出てきました。ただ、そこでは、主観確率を認めているわけではないのです。事前確率を設定している。

これが主観確率であるとは一言も言わないのです。似たようなものだといわれればそうなのですが。

それから、さらに世の中は進んでいるようで、最近はさらに手法が複雑になっているそうです。ベイズの場合は主観確率から始まるのですけれども、今の話だと事前確率があってということになりますね。そうすると、事前確率をどのように選ぶのかということが問題となりますが、事前確率の集合全体を考えて、その上にまた確率を置いて決めましょうという、メタ・ベイズ。だんだん訳が分からない、複雑怪奇な話になっていますけれども、そこでは、とにかく主観確率を認めているわけでは必ずしもなくて、方便としてベイズのアイデアを用いている。数学的には同じものになってしまうということですね。結局、最後の決定は同じなので、思想がうんぬんということはあまり意味がないかもしれません。皆さんもそうだと思うのですけれども、最後の決定がどうであるかが一番大事で、どのような経緯で出てきたかということは、結論が一致すればいいではないかと。思想が違っても構わないという考え方もあります。

ただ、問題なのは想定外のリスクのようなことで、北川敏男さんが聞いたら激怒すると思うのですが、社会科学における想定外リスクは、このような統計学の枠組みの外にあるように思います。ただし、私も歴史を見て驚いたのですが、ここですね（25 ページのスライド）。ドイツ大学派統計学というものがあるのですが、実はこの時代において、ドイツ語でシュタット何とかという、元々国情学という言葉から始まっているのですが、それが分化して現在の政治学になり、経済学になりというようになっていった。かつての統計学というのは、社会科学全てを含むものが統計学です。そのような立場に北川さんは若干立っているのですね。ですから、統計学というのは、全ての社会科学を含むという理解もありうるのですね。それぐらい広いもので、歴史的には、むしろ統計学と呼ばれていたものが分化していって、政治学になっています。

ですから、先ほどのエンゲルの話で、これはパッと見たら意味不明だと思います（27 ページのスライド）。科学的法則の対比として政治的法則という言葉が使われています。これは元の言葉を知らないので、何をどのように訳したのか知りませんけれども、今日では社会学的法則と呼ぶものが政治的法則と当時は呼ばれていますし、とにかくいろいろあります。ですから、非常にその辺は注意して読んでいかないと、昔の文献もよく分からないことがたくさんあります。答えに全然なっていないのですけれども、大体そのようなことで答えと致します。

【司会】 そろそろ時間でございますけれども、よろしいでしょうか。それでは、これで会長講演を終了とさせていただきます。楠岡会長に、もう一度盛大な拍手を。