――――研究論文――――

保険料計算原理の統一的表現

岩沢　宏和*

2010 年 10 月 2 日発表

概要

公理的方法や経済学的方法によってこれまでに提案されてきた代表的な保険料計算原理のほとんどすべてを統一的に表現する方法を提案する．それは，一定の条件を満たす二つの関数 $\phi : [0,\infty) \times (0,\infty) \to [0,\infty)$ および $W : \mathcal{X} \to \mathcal{X}$（$\mathcal{X}$ は確率変数の集合）をとることにより，リスク X に対する保険料を，

$$\frac{E[\phi(X,\pi)W[X]]}{E[W[X]]} = 1$$

を満たす π によって定めるものとして表現する方法である．この統一的表現により，特に関数 W の違いに注目することによって，各保険料計算原理の特徴を統一的視点から比較することが可能となる．

キーワード： 保険料計算原理，統一的表現，測度変換，公理的方法，経済学的方法，一般化加重原理，歪み原理，加重関数

1　はじめに

保険料計算原理（premium calculation principle. 以下，pcp）とは，数学的にはリスク測度の一種であり，簡単にいえば，保険リスクを表す確率変数 X を与えたときに，（非負の）実数値を返す関数 π のことである*1．もう少し厳密に規定しておけば以下のとおりである．保険リスクを表す非負*2 の確率変数の集合を $\mathcal{X}$ とし，その確率空間を $(\Omega, \mathcal{F}, P)$ とする．すると，pcp を表す関数 π とは，$\mathcal{X}$ から $[0,\infty]$ への関数のことである*3．

pcp は，よく知られているものだけに絞っても，理論上提案されているものは何十とある．以下でも，上位や下位に属するものの重複をいとわずに数え上げれば，数十種類の pcp に言及することになる．こうした pcp のうちのいくつかは，かなりアド・ホックな形で導入されてきたようにみえる．たとえば，期待値原理（$\pi[X] = (1+\theta)E[X]$），分散原理（$\pi[X] = E[X] + \alpha V[X]$)），標準偏差原理（$\pi[X] = E[X] + \beta\sqrt{V[X]}$）などは，たしかにいくつかの望ましい性質はもっているし，多少の理屈はこねることができるであろうが，アド・

* 〒225-0026 横浜市青葉区もみの木台 17-45 E-mail: iwahiro@bb.mbn.or.jp

*1 X がある種の実数値関数であることを踏まえれば，pcp はある種の汎関数であるともいえる．ただし，pcp は加法的とは限らないので，線型とは限らない．それでも，連続性に関して単純な前提を適当に置けば，劣加法的な場合や超加法的な場合の取り扱いに際しても，関数解析の諸結果を豊富に応用することができる．たとえば，コヒーレントなリスク測度に関する一連の表現定理も，このあたりに要点がある．

*2 保険金は一般に非負であるので，保険リスクを表す確率変数は非負とする．とはいえ，実は以下のほとんどの議論は，保険リスクが非負とは限らない場合にも基本的に通用する．ただし，その場合もカバーするように記述しようとすると，特に歪み関数を扱う箇所の記述がかなり煩雑になってしまうので避けた．

*3 $\pi[X] = \infty$ となる可能性を認めている点に注意せよ．