

# Bayes 推定によるパラメータリスク・モデルリスクの評価に向けた一考察

近藤宏樹 (日新火災海上保険株式会社)

斎藤新悟 (九州大学マス・フォア・インダストリ研究所)

## 1 はじめに

当研究成果は、著者らが日新火災海上保険株式会社と九州大学との共同研究に携わる中で得たものである。

将来予測に確率モデルを用いる状況においては、パラメータを含む確率分布を想定して実績データからパラメータを推定し、確率変数の実現値を予測することが一般的である。この際に生じるリスクは、求める値のランダム性に起因するプロセスリスク (process risk)、パラメータの推定誤差に起因するパラメータリスク (parameter risk)、モデルの選択の誤りに起因するモデルリスク (model risk) に分けて考えることができ、一般的にこの順に評価が難しくなっていく。

パラメータリスクやモデルリスクを評価するために有力であると考えられているものの一つに Bayes 推定がある。Bayes 推定は、

- 確率分布のパラメータそのものがある確率分布に従う確率変数であると考え、パラメータの推定誤差をパラメータの確率変動としてモデル化できる、
- 予め設定したパラメータの確率分布 (事前分布) を標本データの情報によって変更する (事後分布) ことで、パラメータリスクの精度を高めることができる

といった特性をもっていることからパラメータリスクを効果的に計測できる可能性が期待されるが、一方で実際に応用するにはいくつかの技術的な困難も伴う。

本論文では、正規分布または対数正規分布であると仮定した母集団分布を標本から推定するという状況において、プロセスリスク、パラメータリスク、モデルリスクをすべて考慮した Bayes 推定によるリスク評価の具体的な方法を提案する。この状況は、例えばある保険種目の損害率が正規分布または対数正規分布に従っているという仮定を置いた場合の推定に利用できると考えられる。

以下第2節では、モデルを固定した場合のパラメータリスクの計量について論じ、第3節でモデルリスクの計量方法を紹介した後、上記の具体的な状況におけるリスク評価方法を提示する。ここで紹介するモデルリスク計量の枠組みについては [1] を参照した。

なお、命題や定理の証明は省略したので、本論文の研究成果についての詳細は [3] を、また Bayes 推定の一般論は [2] を参照されたい。

## 2 パラメータリスク

### 2.1 Bayes 推定

以下では、確率関数または確率密度関数を  $\Pr$  で表す。

Bayes 推定においては、分析の対象とする確率変数  $X$  はパラメータ  $\theta$  が未知であるような確率分布  $D(\theta)$  に従っていると考える。すなわち  $\theta$  は確率変数であり、 $X|\theta \sim D(\theta)$  を満たす。 $\theta$  の従う確率分布を事前分布 (prior distribution) といい、 $D(\theta)$  の確率関数または確率密度関数  $\Pr(x|\theta)$  を尤度 (likelihood) という。