

パレート分布に従うリスクの価格付けについて

小倉 宏之¹

2013年 月 日投稿

2013年 月 日受理

概要

一般にパレート分布では、平均値は存在するとは限らない。さらにはパラメータの設定次第では分布としての収束すら定義しえないことがある。例えば実際のクレームデータから分布をあてはめ、対数回帰分析を行った結果の係数が2に満たない場合（これは冪次数2未満のパレート分布に相当）がまさにそれであって、そのようなケースでいかにしてリスク評価すべきか（平均値を定義すべきか）は、保険料算出にあたって大きな問題となる。実務的にはクレームに上限を与えた条件付き分布を定義し、平均値算出（料率算出）すれば所定の用は足りるが、ここではパレート分布にある測度変換を行うことで料率算出できることを示す。また独立行政法人防災科学技術研究所の提供する地震発生率に関するデータを利用して、この計算の数値例を紹介する。

キーワード: 保険料, 冪分布, パレート分布, 測度変換

1 はじめに

よく知られているとおりパレート分布とは正の確率変数の満たす分布の一つであり、通常密度関数が次により定義される²。

$$f(x) = (\alpha - 1)\varepsilon^{\alpha-1}x^{-\alpha} \quad (x > \varepsilon) \quad (1.1)$$

ただしこれは、 $\alpha > 2$ の場合であって、より一般的には次のように場合分けで表現できる、いわゆる冪型分布の一種である。

¹東京工業大学大学院イノベーションマネジメント研究科, 〒152-8550 東京都目黒区大岡山 2-12-1
日本経営数理コンサルティング株式会社, 〒105-0001 東京都港区虎ノ門 1-11-7,
ogurahirokyu@aroma.ocn.ne.jp なお本稿の内容はすべて執筆者の個人的見解に基づくものであり、同社の公的見解・並びに執筆者が保険計理人として業務等を行うにあたっての公的見解とは無関係である。

²文献によっては $f_{\alpha,\beta}(x) = \frac{\alpha-1}{\beta} \left(\frac{\beta}{\beta+x} \right)^\alpha$ ($x > 0$) とする場合もあるが、ここでは冪項の中に定数が入らないこの定義を用いる。