

確率ボラティリティ下における最低年金額保証オプションの 小分散漸近展開を用いた評価法について*

東北大学経済学研究科 M1
室井芳史研究室
木崎 恵介

概要：変額年金保険の一種である最低年金額保証オプションの価格 (guaranteed annuity options, GAO) は、短期金利と株式ファンドの価格過程のボラティリティが確率的に変動するモデルの下では、解析解を求めることは困難である。そこで、本論文では小分散漸近展開を用いて近似価格を求めることを目標とする。ここで、各章について簡単に紹介する。1章では、研究背景および、先行研究について述べる。2章では、GAO について説明を行う。3章では、確率ボラティリティではない比較的単純なモデルの下で、解析解を求める方法について紹介する。4章では、本論文の主題である、確率ボラティリティ下における GAO の近似価格を、小分散漸近展開を用いて求める。5章では、具体的に Heston モデルを用いて数値計算を行った。最後に 6章で結論を述べる。

キーワード：最低年金額保証オプション, 確率ボラティリティ, Heston モデル, 小分散漸近展開

1 はじめに

近年、日本では少子高齢化が進行したため公的年金の受給開始年齢引き上げなどの政策がとられてきたが、その影響で若年代を中心に公的年金への不信感が強まっている。このような状況の中、民間の保険会社が販売する個人年金保険への関心はますます高まっていくと考えられる。個人年金保険は、確定年金保険と変額年金保険とに大別されるが、日本では確定年金保険の販売が中心である。変額年金保険は、日本では 1999 年に販売が開始され、2002 年に銀行窓口販売が認められたことを契機に拡大の動きを見せたが、2008 年のリーマンショックに端を発した経済危機の影響で、販売を中止する会社が相次いだ。しかし、変額年金保険にはインフレに強いという長所もあることから、アベノミクスと呼ばれている現政権の経済政策によって、運用環境の改善や物価上昇が実現し持続すれば、変額年金保険へ再び注目が集まることも考えられる。その際、適切な理論価格を計算することは、保険を販売する側にとっては重要な問題である。ところが、変額年金保険は多くの場合、何らかの最低保証が組み込まれている点や、株式などの金融リスクが保険金の支払額を変動させる点など、金融派生商品のオプションに似た面を持つので、従来の保険数学だけで価格評価することは難しい。そこで、オプションの価格付け理論を中心とした数理ファイナンス的手法を組み合わせることが必要である。本論文では変額年金保険の中の、最低年金額保証オプションについて分析をしたい。また、保険契約は長期間にわたるものが多いので、株式ファンドのボラティリティも確率的に変動すると考える方が自然である。しかし、このような確率ボラティリティ下での GAO 価格は一般には解析解を求めることは難しいので、本論文では小分散漸近展開を用いて近似価格を求めてみたい。

次に、先行研究について紹介する。GAO については、Ballotta=Haberman (2003) がガウス型のシングルファクター HJM モデルを金利のモデリングに用いて、GAO 価格の閉じた解を導出した。本論文では、株価過程のボラティリティが確率的に変動することも考慮するのだが、このような確率ボラティリティモデルについては、Heston (1993) が確率ボラティリティ下の株式オプション価格を閉じた形で導出した。本論文でも、数値計算を行う際にはこの Heston モデルを用いた。また、確率ボラティリティ下の GAO については、Haastrecht=Plat=Pelsser (2010) が、1 ファクター及び 2 ファクターのガウシアン型の金利モデルの下、OU 過程の確率ボラティリティモデルを考慮し GAO 価格の解析解を導出した。小分散漸近展開については、Kim=Kunitomo (1999) が確率金利下での株式オプション価格の導出に用いている。さらに、Kim (2002) では、確率ボラティリティ下での株式オプション価格を小分散漸近展開を用いて導出している。そこで、本論文では、GAO 価格計算法についての基本的な考え方は Ballotta=Haberman (2003) を参考にし、CIR 過程に従う確率ボラティリティを小分散漸近展開し、オプション価格を計算する際には Kim=Kunitomo (1999)

*本稿は東北大学経済学部提出した平成 25 年度卒業制作論文を加筆修正した原稿である。