講　演

金融リスクの計量化　統計学の思想

東京大学名誉教授　楠岡　成雄

（2015 年 10 月 31 日　JARIP 研究発表大会　会長講演）

司会　今回は発表本数が例年に比べまして非常にたくさんいただいておりまして、通常ですと、会長講演は朝一で行わせていただくわけですが、今回は、そうしたスケジュールの関係で、午後一番、これからやらせていただきます。

それでは、日本保険・年金リスク学会会長であります楠岡先生より、会長講演を賜りたいと思います。よろしくお願いいたします。

楠岡　楠岡でございます。今日は時間もないので、早速、始めます。

たしか去年の今頃は、黒田バズーカか何かが炸裂して、その話をしたのですが、今年もそれがあるかなと思ったら、どうもありませんでした。これからどのようになるかは分かりません。3 年前の 2012 年に「確率とは何か」ということについて講演させていただきました。そのときは時間の関係で「統計学とは何か」という部分の話ができませんでした。ここは非常に私の独断と偏見に基づく考え方ではありますが、統計学について話をすることでこの話題を完結させたいと思います。（なお、この講演録では紙面の余裕があるということで、若干のスライドを追加すると共に、講演で触れなかったことも書き足してあります）

- 2 -

2012 年講演

確率とは何か

様々な見解

限定的な考え方　**von Mises,** 丸山儀四郎

中間的な考え方　**F.Knight**

すべてに確率を問えるという考え方　**Keynes**

主観確率の考え方　**de Finetti, Savage**

客観確率・主観確率に関する哲学的論争

前回の話は、確率とは何かということについては、様々な立場があることを述べました。

まず、von Mises や丸山による非常に強い限定的な考え方があります。それから、中間的な考え方があります。どのように捉えるかはさまざまですが、Knight という人は前世紀前半の人ですから、その後の歴史をふまえると、中間派ということになります。Keynes のように何にでも確率を問えるという考え方もあります。ここまでの考え方は、確率は「客観的」なものという立場ですが、主観確率の考え方が現れ、de Finetti や Savage といった人たちが理論的根拠を与えました。Savage の強烈な主張により、「確率は客観的か、主観的か」という議論が巻き起こることになったわけですが、大体このようなことが確率に対する主な考え方です。

- 3 -

統計学とは何か

「統計学」　かつては社会科学全体を指していた

１．ドイツ大学派統計学
Corning（1606-81）, Schneitzel（1679-1747）, Achenwall（1719-72）

Lüder（1760-1819）　ドイツ統計学に科学的根拠なしと断定
ドイツ大学派統計学の主流は数字による記述を軽蔑していた

２．政治算術
Graunt（1620-74）「観察論」
Petty（1623-87）　Halley（1656-1742）

Süssmilch（1707-67）プロシアの神学者：「神の秩序」
「小さな社会や村落についても規則性は仲々認識しがたい。しかるに個々の場合を多数に集め且つ多くの年にわたり、しかも全国に観察すると、隠れたる秩序すなわち規則性が光明に持来される」

観察数を多くすればするほど真の法則に近づく
大数を観察したときのみ秩序を知ることができる　『大数の法則』

そこに神の存在の証を見る

それに対して本日は、統計学とは何かということを考えます。これは前回もお話しさせていただきましたが、統計学という言葉は、元々「国状学」という言葉から来ているために、非常に曖昧で、かつては社会科学全体を表していました。政治学でも何でも国状学ですから。それが徐々に分離して様々な社会科学の分野が生まれました。統計学の歴史について述べますと、大雑把に見て、量よりも質を記述することを重視したドイツ統計学派と、多くのデータを集めることで隠れた秩序を見いだすことができるという「大数の法則」を基本とする政治算術学派の 2 つの流れがありました。これらの考え方は融合していったわけですが、初めは対立した関係にあったようです。政治算術学派の基本である「大数の法則」の根拠は、当初「神の定めた見えざる秩序」にあると考えられていたようですが、確率論が発展し、数学的な大数の法則が定理として証明されたことにより、次第に、「確率」がその根拠であると考えられるようになります。

統計万能の時代（1830-1849）

官庁統計、統計協会の設立、国勢調査の進歩、国際的協力

Quetelet（1796-1874）

統計学の大数の法則等の根拠を確率論に求め、
ありとあらゆるものを統計学の対象とした

社会物理学：人間の行動や社会の変化を含め
すべてのことを自然法則から説明できると考えた
（力学的自然観、機械観的な唯物論思想）

Engel（1821-96）

Quetelet への追悼講演の中で、科学的法則と政治法則との

内的相違を考慮しなかったことを批判している。

19 世紀に Quetelet によりその考え方が明確になりました。19 世紀は統計学の時代と呼ばれ、Quetelet たちは自然現象と社会現象を同じように扱い、道徳であれ何であれ何でも統計学で説明しようとする風潮がありました。その行き過ぎた考え方は、例えば Engel により批判されました。

今日の話は、そうした初期の統計学の話ではなく、19 世紀後半の Galton、Karl Pearson らによって始まった統計学の話です。数理統計学という言葉を、統計学の人たちはしばしば嫌うのですが、本日はこれを数理統計学というように呼ばせてもらいます。

19 世紀　Galton, K.Pearson　に始まる「数理統計学」

Oskar Lange　による批判

Galton 及び Pearson の統計的研究に対する態度はーーハーヴァード学派に属するアメリカ統計学者のそれは一層そうであるがーー数理的形式主義の名で定義することが出来る。彼らは、数理・統計的分析そのものによって、経済学あるいは生物学に頼ることなしに、規則性を研究することが可能であると考えた。経験が示し、かつ方法論的分析が確証するところによると、大量現象における規則性は、統計だけの力では分析することは出来ないのであり、現実に当該部門を研究する科学の力に頼る必要がある。
（中略）
数理的形式主義は今日普遍的にブルジョア統計学者の間を支配しており、ブルジョア経済学者、社会学者及び生物学者の手中における統計の不妊性の根源となっている。

最初に断っておきたいことは、Lange という人が Galton、Pearson の数理統計学に対してかなり昔に批判的な文章を書いております。これは Engel による Quetelet に対する批判に通じるところがあり、現代の統計学・データ科学に対する批判とも読めます。彼が言っていることは、データの数値のみを見て、データの背後にある機構・構造を考えずに結論を出すのは数字の遊びだという批判です。例えば、生物学や経済学から出てきたデータを解析する時、データの数値だけを見ていても意味がありません。彼は「大量現象による規則性は、統計学だけの力では分析することができないのであり、現実に当該部門を研究する科学の力に頼る必要がある」と言っています。要するに、統計学だけで何もかもがわかるわけではないということですが、現在は、むしろ流れが変わりつつあるようです。最後に述べますが、例えば機械学習・ビッグデータなどにおいては、どのような構造が背後にあるかということはあまり考えなくてもよいというのが、現代の風潮のように思います。Lange という人はマルクス主義者でしたから、最後にブルジョア統計学者うんぬんと今時聞かない言葉を使っていますが、こうした批判が古くにあったということを最初に述べておきます。

- 6 -

非常に厳格な立場

確率および統計：丸山儀四郎　共立出版　1956 年

銅貨を投げる実験（Bernoulli の実験）を 200 回行った。そのうち 115 回が表、残り 85 回は裏が出た。この銅貨は対称と考えて良いか。
（中略）
表の出た回数 v と 100 との差は v −100 = 15 である。これは一見いちじるしい開きのように見える。そう考えれば非対称という結論に傾くが、ここで 15 という数を固定して考えることは正しくない。何故ならば同様な実験を同様な条件のもとで何回か行った場合 v −100 はその都度様々な値になるであろう。ここで行った実験ではそれがたまたま 15 となったにすぎない。このように 15 という数は v −100 の様々な可能性のうちの一つの実現値として考えるべきである。

再現性の重視　　再実験可能

統計学とは何かというときに、私自身が最も厳格な立場を取っているのではないかと思う人は、丸山儀四郎です。これについては前回も述べました。例えば銅貨を投げる実験をして、200 回実験すると 115 回が表で、85 回が裏だったが、この銅貨は対称と考えてよいかという、統計学的な命題を考えるとします。もし対称であれば、平均が 100 ですので、それを引いたものが 15 になります。すなわち、表が平均より 15 回多めに出たということで、これをどのように考えるかということなのですね。そこで丸山が言っていることは、この実験結果は、さまざまな可能性のうちの、一つの実現値として考えるべきだということです。当たり前のことを言っているように見えるのですが、彼の確率の考え方を踏まえて考えると、ここで丸山が言いたいことは、数理統計学を適用する場合には、再現性、あるいは再実験の可能性があることが、大前提だということであると思います。

- 7 -

数理統計学の発達

Galton（1822-1911）
Cambridge で数学・物理学・医学を学び、従兄の Darwin（1809-1882）「種の起源」の影響を受け生物学・人類遺伝学の研究に専念
中位数（Median）、四分位数（Quartile）、四分位偏差（quatile deviation）
相関の概念、回帰という統計的な現象の発見
指紋検査、等圧線の考案から高気圧という概念の発見

Karl Pearson（1857-1936）
1888 年『自由思想の倫理』, 1892 年『科学の文法』(The Grammar of Science 日本では『科学概論』として翻訳、出版）アインシュタイン、夏目漱石も読んだ
ヒストグラム（棒グラフ）、標準偏差、モード、相関係数、重相関
確率分布の概念（それまでは離散的確率か正規分布のみ）
カイ二乗適合度険定
大量のデータを集めると分布が現れるという現代の考えの出発点？（記述統計学）

Galton-Pearson の生物統計学
進化は連続的に起きるという考え方が背後にあったようである
メンデル学派との対立

ここで、数理統計学の歴史を見ていきたいと思います。詳しい説明をしてもしかたがないので、主だった人の考え方を見ていきたいと思います。まず Galton。この人は、指紋検査や等圧線など、いろいろなことを考えた偉い人で、一番大きかったことは、金持ちだったので、研究所を作って、その所長に Karl Pearson を呼んだことです。Galton は、データを解析するための考え方として、中位数などの今日でも使われる色々な概念を導入したわけですが、Karl Pearson は、さらに踏み込んで、分布それ自体を問題にするということを考えました。カイ二乗適合度検定なども考案しています。「大標本理論」と今日呼ばれる、大量のデータを収集して、確率分布を調べるという統計学を最初に考えた人です。

Galton はダーウィンのいとこで、進化論を検証するために統計学の研究を振興したわけですが、調べて見ますと、Galton、Pearson という人たちは、メンデル学派と対立して大論争をしたようです。Galton、Pearson は、進化は連続的に起きるという考え方の下で、分布を調べることで進化を見ようとしたわけです。遺伝子、DNA というものがその後に出てくるわけですから、今から見ると、Galton、Pearson の元々の考え方は間違っていたわけです。そういう面もあるのですね。ですから、生物統計という立場からは非常に評価が難しいところです。

- 8 -

Gosset（1876-1937）
ギネスの技師
t-分布の発見（ Student と名乗っていた）

R.A.Fisher（1890-1962）

現代の数理統計学の基礎を築く

統計量、一致性、有効性、信頼確率、自由度、

帰無仮説、F-分布、尤度、最尤法

Karl Pearson と Fisher の違い

Pearson は大量のデータを集めて確率分布を明らかにしようとした
（記述統計学、大標本理論）

Fisher は確率分布は推測すべきものであって、そのための統計実験は
計画して行うべきであると考えた（推測統計学、小標本理論）
無作為化、実験計画法

次に Gosset という人が出てきて、t- 分布を発見します。この辺からは非常に数学的に精緻な話になり始めて、いよいよ Fisher という、誰に聞いても歴史上最も偉大な統計学者であると言われる人が現れ、次々といろいろなアイデアを出していきます。Fisher と Karl Pearson の数理統計学の大きな違いは何かというと、Pearson は、ただひたすらデータを集めて分布を作ろうという考え方が非常に強い方です。対して Fisher という人は、確率分布は推測すべきものだと考えたと私は理解しています。そのため、統計実験は計画して行わなければならない。無作為化や実験計画法といった考え方を、Fisher は強調したわけです。Fisher の統計法は「小標本理論」と呼ばれますが、要するに、むやみに大量のデータを集めるというのではなく、統計学的推測という考え方が重要であるということを強調しました。

- 9 -

Neymann（1894-1981）
Egon Pearson（1895-1980）

仮説検定論　対立仮説の導入、無作為抽出、信頼度

確率の思想的な整理

Fisher の理論の数学的・思想的に厳密な基礎を与えた

（この基礎付けに対して反論が多々ある。

竹内啓氏に言わせれば　根暗なネイマン）

有意確率・p-値　⇔　有意水準　　区間推定　⇔　信頼区間

Neymann の議論の方が論理的

Fisher 「推測確率」等の「確率」は情緒的

統計学を拓いた異才たち D.Salsburg　日本経済新聞社 2006 年
「今日誰一人として「推定分布」に触れない。その考えは
フィッシャーと共に死んだのである。」

次に出てくる偉い人が、Neymann なのですが、Karl Pearson の息子の Egon Pearson と一緒になって、仮説検定論というものを作りました。Neymann の統計学も、その基礎は Fisher が作り上げたものですが、Neymann の考え方の方が論理的かつ科学的であり、Fisher の考え方は曖昧かつ情緒的で Neymann の考え方には対抗できないと私は思います。世界では私のような考えが主流だと思いますが、日本では Fisher のファンが結構多くいるようです。例えば、Fisher は「p- 値」や「有意確率」という概念を用いて議論を進めていたわけですが、それに対して、Neymann は「有意水準」という概念を導入しています。今日では「有意確率」という言葉は今日あまり使わないように思います。「p- 値」という概念は、今でも好きな人は使います。便利な概念なのですが、直観的で論理的根拠ははっきりしません。Fisher は区間推定という考え方を出しましたが、これも論理的に整理したのは Neymann です。　Fisher は区間にパラメータが入る「確率」というものが考えられると考えましたが、Neymann は「信頼度」という概念を導入し、「確率」を考えることはできないと考えました。このようなことが Fisher と Neymann の考え方の違いです。

Neymann は、確率という概念を、非常に論理的かつ厳格に取り扱いました。どういうことかというと、先ほどの丸山の考え方もそうですが、コインが対称にできているかどうかということについて、Neymann の考え方では、コインは対称であるか、否かのどちらかなのです。ここにあるコインは対称かどうかを問う。これは、命題が真か偽かのどちらかだということです。それに対して Fisher の考え方は、どことなくベイズ統計学に近いところがありまして、対称である確率がいえるのではないかという感じです。

実際に Fisher の与えた概念の中には、これもあまり今日では使われない言葉ですが、「推測確率」というものがあり、最初にパラメータに対する確率を考えるというベイズ統計学の考え方は強く否定しているにもかかわらず、実験をした後にはパラメータに対する確率が見えてくるのではないかと Fisher は考えました。これについては、何年か前に出てきた Salsburg という人の『統計学を拓いた異才たち』という本（[1]）、ご存じの方がおられるかもしれませんが、この本の中には、「今日誰一人として『推定分布』に触れない。

その考えはフィッシャーと共に死んだのである」と書いてあるのですが、日本ではまだ生きているような気がします。ここまで言い切っていて、やはりアメリカの人は、言いたいことをはっきりと書くので強烈ですね。私は怖くて、こんなことは絶対言えないのですが。すぐ人の本を引用して言いたいことを代わって言ってもらうという、ずるい手法を用いています。

- 10 -

Bayes（1706-1761）

原因の確率：ベイズの定理

ベイズの定理に基礎を置く統計学：ベイズ統計学

先見確率、経験確率とも異なる主観確率を認める必要がある
Fisher らは激しく非難した

Wald（1902-1950）

逐次検定法：品質管理　停止時刻の概念

統計的決定関数の理論　統計学を自然とのゲームとして捉え、
「許容的」（Pareto 最適）という概念を導入

Wald の定理：
ある設定の下では、許容的な決定は、すべてベイズ的決定となる

Savage（1917-1971）

個人の合理的選択の背景には直観確率が存在することを「証明」
ネオベイジアン統計学

次に Bayes です。Bayes の統計学は、歴史が最も古いわけです。ベイズの定理というものを見つけ、それを基に「逆確率の理論」を考え出しました。しかし、Bayes 自身は、ベイズの定理に基づく統計学にためらいがあったようです。Bayes は先見確率という考えには問題があると考えたようで、生前には論文を発表しませんでした。Fisher は、推測確率という考えを主張したわけですが、事後的にパラメータに対する確率を得るには、どうしても事前確率というものを置かざるをえません。しかし、事前確率という概念対して Fisher は激しい非難を浴びせています。

ところが、Fisher と論争したが友人でもあるイギリスの Jeffrey というベイズ統計学を信奉する物理学者がいました（[2]）。Fishher に対して、「Neymann なんかに比べると、おまえと俺はずっと近いんだ」と言ったそうです。Fisher は「そんなことはない」と言って非常に怒ったそうですが、Neymann は、厳格で冷たい論理を貫いて、今の数理統計学の思想的な根拠を作ったわけですが、Fisher の考え方には、どことなくベイズ統計学の考え方に近い部分が残ってしまっていたわけです。

このような状況の中で Wald という人が出てきます。私は知らなかったのですが、Wald という人は経済学でも非常に大きな貢献をした人で、元々オーストリアのウィーンにいた人です。ですから、経済学をよく知っていたのですね。彼は、統計的決定関数の理論を考え出しましたが、経済学におけるパレート最適の概念を統計学に用いたといってよいと思います。そして、ワルドの定理という有名な定理を証明しました。それはどのようなものかというと、ある設定の下で、若干きつい条件を仮定すると、その条件の下ではパレート最適な統計的決定関数は全てベイズ的決定関数になるということ定理です。これは非常にショッキングな

定理で、それまでベイズ的な推測法というものは、パラメータに対する事前確率を設定するので、その妥当性を巡る議論があったのですけれども、結局、いいものは全てベイズ的決定であるという話なのです。

Savage という人は、さらにいろいろなことを言っています。これもいろいろと批判がありますが、要は主観確率というものが存在するということを括弧つきで証明したわけですが、これによってベイズ統計学というものが復活してくるわけです。

- 11 -

「数理統計学」の適用範囲の変化

がん論争：喫煙は肺がんの原因か？　1950 年代

既存のデータだけからでは相関関係にあることは立証できても
因果関係を立証することはできない？

Fisher, Neymann は共に立証できないという立場に立った

自然科学的な立場の考え方：　限定的な考え方

社会科学や疫学では実験は不可能, あるいは時間がかかりすぎる

統計学の手法を用いざるを得ないがその妥当性を常に考えるべき

統計手法の機械的適用による「統計学的に有意」という結論
　　何を意味しているかを常に考えるべき

こうした歴史があるのですが、もう一つ非常に面白い歴史的な事柄があります。面白いと言っては失礼ですが、「喫煙－がん論争」というものです（詳しくは [1] を参照）。喫煙は肺がんの原因であるので賠償せよというたばこ会社に対する訴訟が、1950 年代にアメリカで起きました。このときに、非常に難しい統計学の問題が提起されました。既存のデータだけから、肺がんと喫煙には相関関係があることは立証できます。しかし、喫煙が肺がんの原因である、すなわち因果関係を立証できるかという問題が起きたわけですね。これについては、犬猿の仲だった Fisher と Neymann が、どちらも因果関係をデータから証明することはできないと主張しました。この二人の主張は、自然科学的な立場で数理統計学が作られていったという歴史と関係があります。Neymann は非常に限定的な考え方をしますので、このような結論になります。Fisher も、単にデータが与えられて、それだけから統計的に因果関係を言うのはおかしいという考えです。実験計画法や無作為抽出などのように、因果関係を示すために、きちんとした実験計画をたて、正当な手続きを経た上で得られたデータでしかものは言えないという考えであったようです。ただ、この Fisher や Neymann の立場に立つと、社会科学や疫学では統計学的に意味のある実験は不可能、あるいは時間がかかりすぎるわけです。結局二人の意見は裁判では採用されず、たばこ会社は裁判で負けたのですが、裁判結果は別にして、科学的にはどのように考えるべきかという問題は残りました。

Fisher や Neymann らの作り上げてきた統計学の考え方は、思想的には厳格な立場に立つので、速やかな実験ができないものには、使いづらい。ですから、社会科学や疫学では、こうした狭い立場ではなくて、

広い立場で統計学のあり方を考えなければいけないという話になるわけです。そこでは統計学の手法を用いて判断を下さねばならなくなるのですが、その妥当性は常に考えるべきです。ここは Lange の批判も絡んでくる話です。例えば今日、大学では、教育学部を初めどこの学部でも、データは統計学的にきちんと処理しろと言うのだけれども、多くの場合、ただ単に統計手法を機械的に適用して、「統計学的に有意だ」と言って終わっているようにも見えます。それでいいのか。そもそも本来の数理統計学の考え方は少し違うのではないかと常に思うのですが、こうした問題があります。

- 12 -

「ベイズ」対「非ベイズ」論争の消滅

ベイズ的決定手法：数学的に簡単　実用的

「主観確率なきベイズ推定」

漸近理論による正当化：一致性等　十分か？

「確率、統計的推測」とは何かという意識の欠如は危険

データ科学

機械学習、ビッグデータ

「入力に対して出力が現実データに合えばよい」

統計的手法は用いるが　統計学の思想は考慮されていない

私の学生時代は「ベイズ」対「非ベイズ」という論争が結構戦わされていていました。私の統計学の師匠は鈴木雪夫先生で、大学で本格的に勉強した最初の統計学はベイズ統計学でした。ただ、私の兄弟子は、結局、ベイズ統計学から離れました。私も不肖の弟子かもしれないですが、そうした論争が、近年、全くなくなってしまいました。

その理由は何かというと、ベイズ的決定手法は、数学的には非常に簡単になるからです。すなわち、事前確率を決めて、データから事後的な確率分布を作ることは簡単ですし、それを下に最適問題を解くことも数学的には比較的簡単なのです。ですから、非常に実用的なのですね。一方、Neymann のような考え方にたつと、何が何だか分かりません。そもそも有意水準が幾らと決められても、解くべき数学的問題が複雑で解はさっぱり分からないことが多いのです。要するに、問題が複雑になればなるほど使いにくくなってきます。そうすると、「もういいじゃないか」と言う話になるわけです。事前確率を認めて、「ただしそれは主観ではない」と何となく言いくるめることができればいいという、主観確率なきベイズ推定というようなことがなされています。

それで本当にいいのでしょうか。例えば事前確率としては、無情報の事前確率という怪しげな事前確率であったり、あるいは事前確率の族の上に確率分布を考え、それに対するパラメータを考える。メタパラメータとか言うそうですが、要するにパラメータの空間の上の確率測度のパラメータのような感じになってくる

わけで、何を考えているのか意味不明なわけですが、「客観性」を装うために、そういうような議論がなされているようです。それに対して漸近理論による正当化などがなされているようですが、元々ベイズ推定は妙な事前分布を取らない限り一致性は持つわけなので、これで正当化したことになるのかなと思います。こうしたことをやっていくと、とにかく何が何だかよく分からなくなってきて、「確率」「統計的推測」とは何かという意識がかなり欠如し始めているのではないかと思っております。これは、そうせざるをえないからそうしているのだという、反論は幾らでもあると思いますが、「主観確率」という概念を消すことだけで、事前確率は認めてしまおうという考え方なのですね。それはかまわないし、Wald によって合理的だということは分かっていますが、最初に選んだ事前確率等が合理的かという保証は、何もないわけです。

また近年、最初に述べました、データ科学という概念が出て参りました。特に機械学習やビッグデータというようなことが、どんどん盛んになされています。この基本的な考え方は、入力に対して出力が現実データに合えばいいということで、私は「結果オーライの工学的思考」といつも言っております。実際にはデータ科学をやるときには統計的手法を用いることが一般的なのですが、そこでは統計学派道具であって、統計学の思想というものは、もはや考慮されていないように思います。ですから、これに関しても Lange の批判が合うような状況が生まれているような感じがいたします。

しかし、だからといって、機械学習などのすべてを否定するわけではありません。深刻な問題に適用するのでなければ、それはそれで構わないと思います。例えば、機械学習の典型的なものとして携帯電話の文字変換があります。幾つかひらがなを打ち込むと、ぱっと漢字などの変換候補が現れるわけです。あれは、使用する人の使い方をだんだん学習していくはずなのです。もし候補が違っていれば他のものを選べばいいわけですから、候補が間違ったとしても害はあまりありません。あれがあると変換にかかる手間がかなり省けますね。大体は自分がよく使うものが最初に出てくるから、非常に早く変換できます。そういう意味においては、別に「結果オーライ」でいいわけです。統計学思想などを考える必要はありません。また、機械学習は、ブラックボックスを構築する手法とも言えますが、どんなブラックボックスができあがったのかを考える必要はありません。

大きなリスクを伴う問題を統計的手段で扱う場合は

◇　データの裏にある機構をよく考えるべき

◇　確率モデル、統計モデルをはっきりさせるべき

◇　パラメータ**推定**だけでなく、モデルの**検定**も行うべき

例えば　コピュラ・モデル

モデルの検定には

多次元の Kolmogorov-Smirnov 検定のようなものが必要

携帯の文字変換であればこのようなことを行うことには問題はありませんが、大きなリスクが生ずるかもしれない問題に対して、単純にこのような手法を用いてよいのでしょうか。結論を言うと、大きなリスクを伴う問題については、データの裏にある機構を、やはりきちんと考えるべきです。それから、もしやるのであれば、確率モデル、統計モデルをはっきりさせること。それからもう一つ、パラメータ推定だけではなくて、モデルの検定も行うべきだということです。

これを言うとまた怒られてしまうかも知れませんが、コピュラ・モデルというものが最近はやっております。それはなぜかというと、正規分布等に対するものを除いては、多次元の統計理論はあまりなかったのです。一方において、1 次元の場合には経験分布を使って分布を作ってしまうということが頻繁になされていて、1 次元の場合は非常にいろいろな手法がありますが、多次元はなかったわけです。しかし、コピュラ・モデルを使えば、1 次元の周辺分布をまず決めてしまって、あとは気合いでパラメータを決めれば、多次元分布が決められるということですね。

ただ、私自身は、きちんとモデルの検定もした方がいいのではないかと考えています。モデルの検定とはどのようにするのかということで考えますと、例えば、一番有名なものとして Kolmogorov-Smirnov 検定というものがあります。確率分布が与えられ、そこから独立同分布で出てきたと思われるデータがあったときに、その経験分布と元々の分布がどれぐらい合っているかを考える指標の 1 つです。これを用いて推定した分布が真の分布とどれだけ近いかというある種の検定ができます。これの多次元版があるかと何人かの統計学者に聞いたのですが、誰もそういうものは知らないということでした。自分で暇なときにじっくりと考えてみようかと思っておりますが、少し考えた限りでは、いくつか候補はありますが、実際に使えるかどうかがわかりません。多次元になると途端に計算が難しくなります。2 次元ぐらいであればいいのですが、3 次元、4 次元になると、かなりきついことになるのではないかと思います。

数理統計学というものは現在、非常に変わりつつあると思っております。例えば、データ・アナリシスに

しても何にしても、うまく使えば非常に有効なもので、機械学習も全てそうですし、最近は、ビッグデータで株でもうけようという話が幾らでもあるわけです。特に高頻度取引でかなり用いられているようですが、株式取引で試してみて損しましたといってもたかが知れていますし、自己責任の問題でしょう。しかし、大げさに言うと、地球が破滅するかも知れないような問題に単純に「機械学習ではこういう結論なのでやってみましょう」という話には乗ることはできません。ですから、やはり使い方をよく考えなければいけません。Neymann や Fisher は、数理統計学の適用範囲を極めて限定的に考えていました。それが、その枠を大きく超えて、氾濫し始めたということです。これをどのように利用していくべきかは、少し考えるべきかなと思っております。時間もないので、この辺で終わりにさせていただきます。どうもありがとうございました。

司会　楠岡会長、貴重な講演をどうもありがとうございました。若干時間がありますので、せっかくですので、会長に質問等がございましたら。どうぞ。

A　最近、金融工学でもそうなのですが、「カリブレーション」という言葉がはやったりしています。どうもそれが、今おっしゃったように、パラメータ推計はするけれども検定はもういいという、何となくごまかしたような話かなと思っていて、その辺はどのようにお考えですか。

楠岡　今日も少し関連する講演があったのですが、若干誤解がありまして、カリブレーションは統計学の問題ではないのですね。ファイナンスの世界は、リスクがない世界を実現するという、空想かもしれないのですが、例えばブラック・ショールズモデルが正しければ、ブラック・ショールズの理論に沿って動的ポートフォリオ戦略を行えば、リスクは完全に回避できるということになっています。ブラック・ショールズモデルには金利とボラティリティの二つのパラメータがありますが、金利は市場で見えます。ボラティリティは見えないのですが、ボラティリティを統計学的に推定するのではなくて、デリバティブの現在市場価格に合うようにするという形でボラティリティを決めます。それが、インプライド・ボラティリティです。

要するにカリブレーションというのは、統計学的にデータを扱っているのではなくて、市場の現在の状況に合わせにいっているだけなのですね。しかし、毎日カリブレーションするたびにインプライド・ボラティリティの値が違うということが起きれば、そもそもモデルが間違っているということを意味するわけですが、そこは問わないという立場を金融機関の人たちは取ります。一方、その次の段階として、毎日の値が違うことから来るリスク、モデルリスクと呼ばれますが、それを制御しようとします。この時には、やはり統計学に頼らざるをえないのですが、モデルリスクは話が難しいので、誰も真剣には理論を考えておらず、安易な統計学的手法を用いているのが実情です。安易な手法を用いてではありましたが、一生懸命リスク管理をやっていたリーマン・ブラザーズは潰れてしまったので、やはりやり方が間違っていたとしか言いようがないですね。根本的なところから考え直すべきとは思います。

本日の話は、むしろ統計的な推測の話で、ファイナンス理論では、また別の論理が走っているということです。

司会　他にございませんでしょうか。

B　ありがとうございました。1点質問といいますか、少し外れているのかもしれませんが、実務家などは平気でいろいろなモデルを試しています。一つは、情報量規準です。うたい文句としては、Fisher や Neymann は仮設の真偽を基に理論を構築したわけですが、真か、偽かという考え方には限界があります。ただ、予測が当たらずとも遠からずで、真ではないかもしれないけれども、外れが小さいであろうものを選ぶ規準として情報量規準というものが出てきたと思うのですが、それと今日のお話との関連なり、何かあれば。

楠岡　はい。モデル選択の問題は古くからあって、結局一番の問題は、例えば、パラメータを増やせば増やすほどフィッティングがよくなります。だからパラメータの数を増やせばよいという考える人がいますが、実際に統計学を現場で使っている人はパラメータを増やしすぎない方がよいということを経験上知っています。パラメータを増やした方がいいのか、増やさない方がいいのか。さらに言うと、統計モデル（パラメータ付きの確率モデル）が二つあるときに、どちらを選ぶべきかという問題に対して、どう対応するべきかということについて、赤池先生は革命的な指標を考案されました。それが、情報量基準 AIC です。

統計学ではいつもそうなのですが、赤池先生のような天才が何かを言いだすと、後から一生懸命それを理論的に説明しようとします。AIC についても、どこまで理論的に説明できたのか。あらゆる状況で AIC が正しいという話は、どこにも存在していないように思います。もちろん AIC は素晴らしいアイデアで、やはりそういうような指標によって、フィッティングがよくても、予測力がないはずだという結論を導くということができれば、実用上において大変役にたちます。その意味で、AIC は一つの重要な考え方です。

先にも述べましたように、統計学ではいろいろなアイデアが現れ、それが本当にいいということの理論的根拠を後から多くの統計学者が与えようとするのですが、数学的にはどうしても漸近理論による説明となってしまいます。漸近理論を批判すると、私の同僚に漸近理論の大家がいるので、怒られそうですが、漸近理論以外での説明ができないのかといつも思います。

それから、確率過程モデルなどでは、AIC そのものを計算することが難しいこともあり、AIC を推定するというような話もあります。統計学というものは非常に奥が深いと思います。

司会　最後にもう1名、いらっしゃいませんか。それでは、ないようですので、ここで会長講演を終わらせていただきます。会長、どうもありがとうございました。

参考文献

[1] 統計学を拓いた異才たち　ディヴィッド・ザルツブルグ著、竹内恵行、熊谷悦生訳、日本経済新聞社、2006 年
[2] 異端の統計学ベイズ　シャロン・バーチェ・マグレイン著、富永星訳、草思社、2013 年
[3] 統計学史　小杉 肇 著、恒星社厚生閣、1984 年
[4] 統計學の認識 : 統計學の基盤と方法、北川敏男著、白揚社、1948 年